



**MEKANIKA KEKUATAN  
MATERIAL I  
(HMKK319)**

**HAJAR ISWORO, S.Pd., M.T.**

**PROGRAM STUDI TEKNIK MESIN  
FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT  
2018**

**BUKU AJAR**  
**MEKANIKA KEKUATAN MATERIAL I**  
**HMKK319**



**Hajar Isworo, S.Pd., M.T.**

**PROGRAM STUDI TEKNIK MESIN**  
**FAKULTAS TEKNIK**  
**UNIVERSITAS LAMBUNG MANGKURAT**  
**2018**

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	ii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	iii
<b>BAB I TARIK, TEKANAN, DAN GESER</b>	
1.1 Pengantar .....	1
1.2 Tegangan dan Regangan Normal .....	4
1.3 Besaran Mekanis Bahan .....	15
1.4 Elastisitas, Plastisitas, dan Rangkap .....	29
1.5 Elastisitas Linier, Hukum Hooke, dan Rasio Poisson .....	34
<b>BAB II TEGANGAN DAN REGANGAN GESER</b>	
2.1 Tegangan dan Regangan Geser .....	44
2.2 Tegangan Izin, dan Beban Izin .....	58
2.3 Desain untuk Beban Aksial dan Geser Langsung .....	65
<b>BAB III PERUBAHAN PANJANG PADA ELEMEN STRUKTUR YANG DIBEKANI SECARA AKSIAL</b>	
3.1 Pengantar .....	72
3.2 Perubahan Panjang pada Elemen Struktur yang DibeKani Secara Aksial .....	73
3.2 Perubahan Panjang Batang yang Tidak Seragam .....	81
<b>BAB IV STRUKTUR STATIS TAK TENTU</b>	
4.1 Struktur Statis Tak Tentu .....	86
4.2 Efek Thermal .....	92

<b>BAB V</b>	<b>TEGANGAN PADA POTONGAN MIRING</b>	
5.1	Tegangan Pada Potongan Miring .....	100
5.2	Energi Regangan .....	111
<b>BAB VI</b>	<b>BEBAN KEJUT</b>	
6.1	Beban Kejut .....	122
6.2	Beban Berulang dan Fatik .....	129
<b>BAB VII</b>	<b>KONSENTRASI TEGANGAN</b>	
7.1	Konsentrasi Tegangan .....	134
7.2	Prilaku Nonlinier .....	142
7.3	Analisis Elastoplastis .....	149
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>		

## BAB I TEGANGAN DAN REGANGAN NORMAL

Mata Kuliah	Topik	Tujuan Pembelajaran
<b>Mekanika Kekuatan Material I ( HMKK319 )</b>	1. Pengantar 2. Tegangan dan Regangan Normal 3. Besaran Mekanis Bahan 4. Elastisitas, Plastisitas, dan Rangkak 5. Elastisitas Linier, Hukum Hooke, dan Rasio Poisson	1. Mahasiswa dapat Memahami dan Menjelaskan Tegangan dan Regangan Normal 2. Mahasiswa dapat Memahami dan Menjelaskan Besaran Mekanis Bahan 3. Mahasiswa dapat Memahami dan Menjelaskan Elastisitas, Plastisitas, dan Rangkak 4. Mahasiswa dapat Memahami dan Menjelaskan Elastisitas Linier, Hukum Hooke, dan Rasio Poisson

### 1.1 PENGANTAR MEKANIKA BAHAN

Mekanika bahan adalah cabang dari mekanika terapan yang membahas perilaku benda padat yang mengalami berbagai pembebanan. Nama-nama lain untuk bidang ilmu ini adalah *kekuatan bahan dan mekanika benda yang dapat berdeformasi*. Benda padat yang ditinjau dalam buku ini meliputi batang (bars) dengan beban aksial, poros (shafts) yang mengalami torsi, balok (beams) yang mengalami lentur, dan kolom (columns) yang mengalami tekan.

Tujuan utama mekanika bahan adalah untuk menentukan tegangan (stress), regangan (strain) dan peralihan (displacement) pada struktur dan komponen-komponennya akibat beban-beban yang bekerja padanya. Apabila kita dapat memperoleh besaran-besaran ini untuk semua harga beban hingga mencapai beban yang menyebabkan kegagalan, maka kita akan dapat mempunyai gambaran lengkap mengenai perilaku mekanis pada struktur tersebut. Pemahaman perilaku mekanis sangat penting untuk desain yang aman bagi semua jenis struktur, baik itu berupa

pesawat terbang dan antena, gedung dan jembatan, mesin dan motor, maupun kapal laut dan pesawat luar angkasa. Itulah sebabnya mekanika bahan adalah materi dasar pada begitu banyak cabang ilmu teknik. Statika dan dinamika juga penting, tetapi keduanya terutama membahas gaya dan gerak yang berkaitan dengan partikel dan benda tegar. Dalam mekanika bahan kita melangkah lebih jauh dengan mempelajari tegangan dan regangan di dalam benda nyata, yaitu benda dengan dimensi terbatas yang berdeformasi akibat pembebanan. Untuk menentukan tegangan dan regangan, kita menggunakan besaran-besaran fisik material selain juga berbagai aturan dan konsep teoretis.

Analisis teoretis dan hasil eksperimen mempunyai peranan yang sama pentingnya di dalam mekanika bahan. Seringkali kita menggunakan teori untuk menurunkan rumus dan persamaan untuk memprediksi perilaku mekanis, tetapi semua ini tidak dapat digunakan dalam desain praktis kecuali apabila besaran fisik dari material diketahui. Besaran seperti ini hanya dapat diperoleh dari hasil eksperimen yang cermat di laboratorium. Lebih jauh lagi, banyak masalah praktis yang tidak dapat diterangkan dengan analisis teoretis saja, dan dalam kasus seperti ini pengujian fisik merupakan keharusan.

Riwayat perkembangan mekanika bahan merupakan kombinasi yang menarik antara teori dan eksperimen – teori telah menunjukkan jalan ke hasil eksperimen yang berguna, begitu pula sebaliknya. Orang – orang terkenal seperti Leonardo da Vinci (1452 - 1519) dan Galileo Galilei ( 1564 - 1642) telah melakukan eksperimen untuk menentukan kekuatan kawat, batang, dan balok, meskipun mereka tidak mengembangkan teori yang memadai (berdasarkan standar masa kini) untuk menjelaskan hasil pengujian mereka. Sebaliknya, matematikawan ternama Leonhard Euler (1707- 1783) mengembangkan teori matematis tentang kolom (column) dan menghitung beban kritis sebuah kolom pada tahun 1744. jauh sebelum adanya bukti eksperimental untuk memperlihatkan signifikansi hasilnya. Tanpa adanya pengujian yang memadai untuk mendukung hasilnya, teori Euler sempat tidak digunakan selama lebih dari 100 tahun . sekalipun saat ini teori tersebut merupakan dasar untuk desain dan analisis hampir semua kolom.

Dalam mempelajari mekanika bahan, pembaca akan mendapatkan bahwa usaha yang dibutuhkan terbagi atas dua bagian . yaitu: pertama, memahami pengembangan logis konsep – konsepnya, dan ke dua. menerapkan konsep – konsep tersebut ke dalam situasi praktis. Bagian pertama tercapai dengan mempelajari penurunan rumus, pembahasan dan contoh – contoh yang ada di setiap bab sedangkan bagian kedua tercapai dengan memecahkan soal – soal di akhir setiap bab. Beberapa soal menggunakan angka (numerik) dan lainnya menggunakan simbol (aljabar).

Keuntungan dari soal numerik adalah bahwa semua besarannya terlihat jelas di setiap tahap perhitungan sehingga memberikan kesempatan untuk menilai apakah harga numerik tersebut masuk akal atau tidak. Keuntungan utama dari soal simbolik adalah bahwa hasilnya berupa rumus yang serbaguna. Suatu rumus menunjukkan variabel – variabel yang mempengaruhi hasil akhir; sebagai contoh, kadang – kadang suatu besaran tidak muncul di dalam solusi, suatu fakta yang tidak terlihat jelas dalam solusi numerik. Selain itu, solusi aljabar menunjukkan bagaimana masing – masing variabel mempengaruhi hasil, seperti ketika satu variabel muncul di pembilang dan variabel lain muncul di penyebut. Lebih jauh lagi, solusi simbolik memberikan kesempatan untuk mengecek dimensi pada setiap tahap perhitungan . Akhirnya, alasan paling penting untuk memecahkan secara aljabar adalah untuk mendapatkan rumus umum yang dapat digunakan pada berbagai soal yang berbeda. Sebaliknya, solusi numerik hanya berlaku pada satu set kondisi. Karena seorang insinyur harus terbiasa dengan kedua jenis solusi tersebut, maka di dalam buku ini disajikan perpaduan antara soal numerik dan soal simbolik.

Soal-soal numerik mengharuskan pembaca bekerja dengan satuan pengukuran yang khusus. Agar sesuai dengan kondisi di dalam praktek, buku ini menggunakan Sistem Internasional (SI) dan Sistem Umum Amerika Serikat (USCS). Pembahasan mengenai kedua sistem ini diberikan dalam Lampiran A yang meliputi banyak tabel yang berguna termasuk tabel faktor konversi.

Semua soal terdapat di akhir setiap bab, dengan nomor soal yang menunjukkan subbab asal soal-soal tersebut. Untuk soal-soal yang membutuhkan solusi numerik, soal yang bernomor ganjil mempunyai satuan USCS dan soal yang

bernomor genap mempunyai satuan SI. Satu-satunya kekecualian adalah soal-soal yang melibatkan profil baja struktural yang umum diperdagangkan karena besaran dari profil ini ditabelkan dalam Lampiran E hanya dalam satuan USCS.

Teknik-teknik penyelesaian soal dibahas secara rinci dalam Lampiran B. Selain memuat daftar prosedur rekayasa yang baik, Lampiran B juga memuat bagian-bagian tentang homogenitas dimensional dan angka penting. Topik-topik ini secara spesifik penting karena setiap persamaan harus homogen secara dimensional dan setiap hasil numerik harus dinyatakan dengan sejumlah angka penting yang tepat. Di dalam buku ini, hasil numerik akhir biasanya dinyatakan dengan tiga angka penting apabila suatu bilangan dimulai dengan angka 2 sampai 9, dan dengan empat angka penting apabila suatu bilangan dimulai dengan angka 1. Harga-harga antara (intermediate value) biasanya dicatat dengan digit tambahan untuk menghindari hilangnya ketelitian numeris akibat pembulatan bilangan.

## 1.2 TEGANGAN DAN REGANGAN NORMAL

Konsep paling dasar dalam mekanika bahan adalah tegangan dan regangan. Konsep ini dapat diilustrasikan dalam bentuk yang paling mendasar dengan meninjau sebuah batang prismatis yang mengalami gaya aksial. Batang prismatis adalah sebuah elemen struktural lurus yang mempunyai penampang konstan di seluruh panjangnya, dan gaya aksial adalah beban yang mempunyai arah sama dengan sumbu elemen, sehingga mengakibatkan terjadinya tarik atau tekan pada batang. Contoh-contohnya diperlihatkan dalam Gambar 1-1, di mana batang penderek tarik (tow bar) merupakan sebuah elemen prismatis yang mengalami tarik dan batang roda untuk pendaratan adalah elemen yang mengalami tekan. Contoh-contoh lainnya adalah elemen di rangka batang pada jembatan, batang-batang penghubung pada mesin mobil dan sepeda, kolom di gedung, dan flens tarik di pesawat terbang kecil.

Untuk keperluan pembahasan, kita akan meninjau batang penderek dalam Gambar 1-1 dan mengisolasi salah satu segmennya sebagai benda bebas (Gambar 1-2a). Sewaktu menggambar diagram benda bebas ini, kita abaikan berat batang dan kita asumsikan bahwa gaya yang aktif hanyalah gaya aksial  $P$  di ujung-ujungnya.

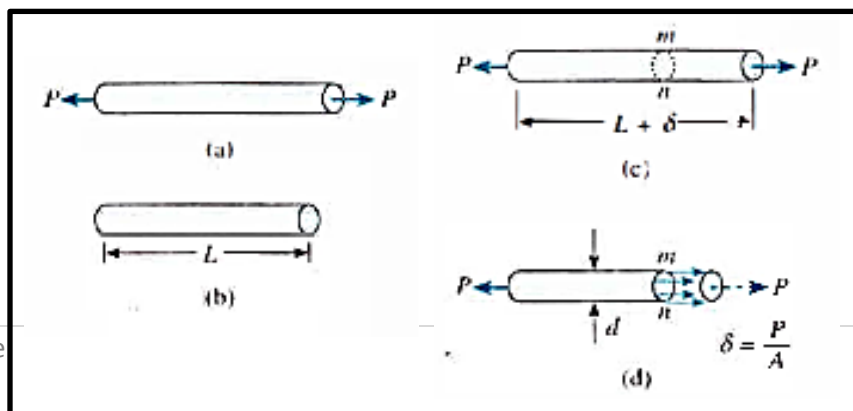


Selanjutnya kita tinjau dua kondisi batang tersebut, yang pertama sebelum beban diterapkan (Gambar 1-2b) dan yang kedua sesudah beban diterapkan (Gambar 1-2c). Perhatikan bahwa panjang semula dari batang ditunjukkan dengan huruf  $L$  dan pertambahan panjangnya ditunjukkan dengan huruf Yunani  $\delta$  (delta).



**Gambar 1.1** Elemen struktur yang mengalami beban aksial. (Batang penderek, mengalami Tarik dan batan roda pendaratan mengalami tekan)

Tegangan internal di batang akan terlihat apabila kita membuat sebuah potongan imajiner melalui batang pada bagian  $mn$  (Gambar 1-2c). Karena potongan ini diambil tegak lurus sumbu longitudinal batang, maka disebut potongan melintang (penampang). Sekarang kita isolasi bagian dari batang di kiri potongan melintang  $mn$  sebagai benda bebas (Gambar 1-2d). Di ujung kanan dari benda bebas ini (potongan  $mn$ ) ditunjukkan aksi yang diberikan oleh bagian yang dihilangkan dari batang tersebut (yaitu bagian di kanan potongan  $mn$ ) terhadap bagian sisanya. Aksi ini terdiri atas gaya terdistribusi kontinu yang bekerja pada seluruh penampang. Intensitas gaya (yaitu gaya per satuan luas) disebut tegangan dan diberi notasi huruf Yunani  $\sigma$  (sigma). Jadi, gaya aksial  $P$  yang bekerja di penampang adalah resultan dari tegangan yang terdistribusi kontinu. (Gaya resultan ditunjukkan dengan garis putus-putus di dalam Gambar 1-2d.)



**Gambar 1.2** Batang prismatic yang mengalami tarik, (a) diagram benda bebas dari segmen, (b) segmen sebelum batang dibebani, (c) segmen batang sesudah dibebani, dan (d) segmen normal pada batang

Dengan mengasumsikan bahwa tegangan *terbagi rata* di seluruh potongan *mn* (Gambar 1-2d), kita dapat melihat bahwa resultannya harus sama dengan intensitas  $\sigma$  dikalikan dengan luas penampang  $A$  dari batang tersebut. Dengan demikian, kita mendapatkan rumus berikut untuk menyatakan besar tegangan:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1-1)$$

Persamaan ini memberikan intensitas tegangan merata pada batang prismatis yang dibebani secara aksial dengan penampang sembarang. Apabila batang ini ditarik dengan gaya  $P$ , maka tegangannya adalah tegangan tarik (tensile stress); apabila gayanya mempunyai arah sebaliknya, sehingga menyebabkan batang tersebut mengalami tekan, maka terjadi tegangan tekan (compressive stress). Karena tegangan ini mempunyai arah yang tegak lurus permukaan potongan, maka tegangan ini disebut tegangan normal (normal stress). Jadi, tegangan normal dapat berupa tarik atau tekan. Selanjutnya, di dalam Subbab 1.6, kita akan menjumpai jenis tegangan lainnya, yang disebut tegangan geser, yang bekerja sejajar terhadap permukaan potongan.

Apabila konvensi tanda untuk tegangan normal dibutuhkan, biasanya tegangan tarik didefinisikan bertanda positif dan tegangan tekan bertanda negatif.

Karena tegangan normal  $\sigma$  diperoleh dengan membagi gaya aksial dengan luas penampang, maka satuannya adalah gaya persatuan luas. Jika satuan USCS digunakan, maka tegangan biasanya dinyatakan dalam pound per inci kuadrat (psi) atau kip per inci kuadrat (ksi). Sebagai contoh, misalkan batang dalam Gambar 1-2

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi d^2 / 4} = \frac{6 \text{ k}}{\pi (2,0 \text{ in.})^2 / 4} = 1,91 \text{ ksi (atau 1910 psi)}$$

mempunyai diameter  $d$  sebesar 2,0 in. dan beban  $P$  mempunyai besar 6 kips. Dengan demikian, tegangan di batang adalah

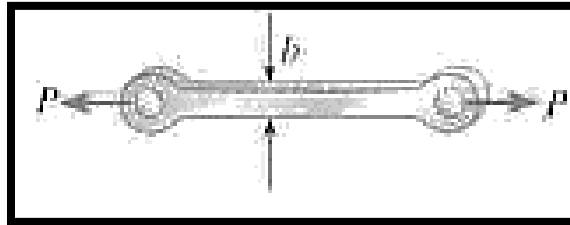
Di dalam contoh ini tegangan adalah tarik dan bertanda positif.

Apabila satuan SI digunakan, gaya dinyatakan dalam newton ( $N$ ) dan luas dalam meter kuadrat ( $m^2$ ). Dengan demikian, tegangan mempunyai satuan newton per meter kuadrat ( $N/m^2$ ), yang disebut juga pascal ( $Pa$ ). Tetapi, pascal adalah satuan yang sedemikian kecilnya sehingga dibutuhkan pengali yang besar, maka biasanya digunakan megapascal ( $MPa$ ). Untuk mengilustrasikan bahwa satu pascal memang kecil, kita hanya perlu mengingat bahwa 1 psi kira-kira sama dengan 7000 pascal. Sebagai contoh numerik, tegangan yang dibahas dalam paragraf sebelum ini (1,91 ksi) ekuivalen dengan 13,2 MPa yang sama dengan  $13,2 \times 10^6$  pascal. Meskipun tidak diharuskan dalam SI, pembaca kadang-kadang menjumpai tegangan dinyatakan dalam satuan newton per milimeter kuadrat ( $N/mm^2$ ), yang sama dengan  $MPa$ .

Persamaan  $\sigma = P/A$  hanya berlaku jika tegangan terbagi rata di seluruh penampang batang. Kondisi ini terjadi jika gaya aksial  $P$  bekerja melalui pusat berat penampang, sebagaimana ditunjukkan di bagian lain dari subbab ini. Apabila beban  $P$  tidak bekerja di pusat berat, maka lentur batang akan terjadi, dan analisis yang lebih rumit dibutuhkan (lihat Subbab 5.12 dan 11.5). Namun, di dalam buku ini (sebagaimana juga dijumpai di dalam praktek) dianggap bahwa gaya aksial diterapkan di pusat berat penampang, kecuali apabila dinyatakan tidak demikian.

Kondisi tegangan merata yang ditunjukkan dalam Gambar 1-2d terjadi di seluruh panjang batang kecuali di dekat ujung-ujungnya. Distribusi tegangan di ujung batang bergantung pada bagaimana beban  $P$  disalurkan ke batang. Jika beban tersebut terbagi rata di ujungnya, maka pola tegangan di ujung akan sama dengan di seluruh bagian lainnya. Sekalipun demikian, beban sangat mungkin disalurkan melalui sendi atau baut, yang menyebabkan terjadinya tegangan yang sangat terlokalisasi yang disebut konsentrasi tegangan. Salah satu kemungkinannya adalah dengan menggunakan batang pendel seperti terlihat dalam Gambar 1-3. Dalam hal ini beban  $P$  disalurkan ke batang tersebut melalui sendi yang melalui lubang (atau mata) di ujung-ujung batang. Jadi, gaya-gaya di dalam gambar tersebut sebenarnya

merupakan resultan dari tekanan tumpu antara sendi dan batang pendel, dan distribusi tegangan di sekitar lubang cukup rumit. Sekalipun demikian, apabila kita bergerak menjauhi ujung ke arah tengah batang, distribusi tegangan akan secara gradual mendekati distribusi yang rata sebagaimana terlihat dalam Gambar 1-2d



**Gambar 1.3** Batang pendel dari baja yang mengalami beban tarik,  $P$ .

Sebagai petunjuk praktis, rumus  $\sigma = P/A$  dapat digunakan dengan ketelitian yang baik untuk sembarang titik di dalam batang prismatis, yaitu setidaknya sejauh mungkin dari konsentrasi tegangan sebagai dimensi lateral terbesar dari batang tersebut. Dengan perkataan lain, distribusi tegangan di dalam Gambar 1-2d terbagi rata pada jarak  $d$  atau lebih besar dari ujung-ujungnya, dimana  $d$  adalah diameter batang dan distribusi tegangan di batang pendel (Gambar 1-3) terbagi rata pada jarak  $b$  atau lebih besar dari ujung yang diperbesar, dengan  $b$  adalah lebar batang. Pembahasan yang lebih rinci tentang konsentrasi tegangan yang diakibatkan oleh beban aksial diberikan dalam Subbab 2.10.

Tentu saja, meskipun tegangan tidak terbagi rata, persamaan  $\sigma = P/A$  masih tetap berguna karena persamaan ini memberikan tegangan normal rata-rata di suatu penampang.

### A. Regangan Normal

Sebagaimana telah diamati, suatu batang lurus akan mengalami perubahan panjang apabila dibebani secara aksial, yaitu menjadi panjang jika mengalami tarik dan menjadi pendek jika mengalami tekan. Sebagai contoh, tinjau kembali batang prismatis dalam Gambar 1-2. Perpanjangan  $\delta$  dari batang ini (Gambar 1-2c) adalah hasil kumulatif dari perpanjangan semua elemen bahan di seluruh volume batang. Asumsikan bahwa bahan tersebut sama di mana pun di

dalam batang. Selanjutnya, jika kita meninjau setengah bagian dari batang (panjangnya  $L/2$ ), bagian ini akan mempunyai perpanjangan yang sama dengan  $\delta/2$ , dan jika kita meninjau seperempat bagian dari batang, bagian ini akan mempunyai perpanjangan yang sama dengan  $\delta/4$ . Dengan cara yang sama, satu satuan panjang dari batang tersebut akan mempunyai perpanjangan yang sama dengan  $1/L$  kali perpanjangan total  $\delta$ . Dengan proses ini kita akan sampai pada konsep perpanjangan per satuan panjang, atau regangan, yang diberi notasi huruf Yunani  $\epsilon$  (epsilon) dan dihitung dengan persamaan

Jika batang tersebut mengalami tarik, maka regangannya disebut regangan tarik, yang menunjukkan perpanjangan bahan. Jika batang tersebut mengalami tekan, maka regangannya adalah regangan tekan dan batang tersebut memendek. Regangan tarik biasanya bertanda positif dan regangan tekan bertanda negatif. Regangan  $\epsilon$  disebut regangan normal karena regangan ini berkaitan dengan tegangan normal.

Karena merupakan rasio antara dua panjang, maka regangan normal ini merupakan besaran tak berdimensi, artinya regangan tidak mempunyai satuan. Dengan demikian, regangan dinyatakan hanya dengan suatu bilangan, tidak bergantung pada sistem satuan apapun. Harga numerik dari regangan biasanya sangat kecil karena batang yang terbuat dari bahan struktural hanya mengalami perubahan panjang yang kecil apabila dibebani. Sebagai contoh, tinjau batang baja yang mempunyai panjang  $L$  sama dengan  $2,0 \text{ m}$ . Apabila dibebani tarik yang cukup besar, batang tersebut dapat memanjang sebesar  $1,4 \text{ mm}$ , yang berarti regangannya

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{1,4 \text{ mm}}{2,0 \text{ m}} = 0,0007 = 700 \times 10^{-6}$$

Dalam praktek, satuan  $\delta$  dan  $L$  kadang-kadang disertakan dalam regangan, dan regangan ditulis dalam bentuk seperti  $\text{mm/m}$ ,  $\mu\text{m/m}$ , dan  $\text{in./in.}$

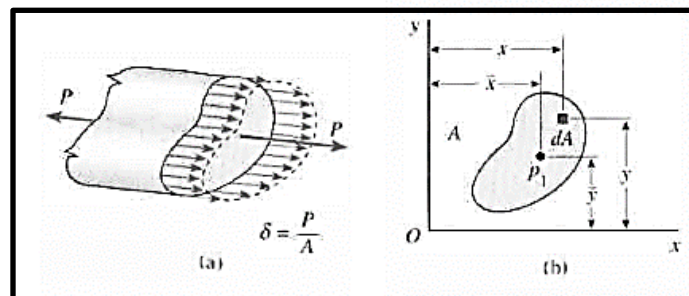
Sebagai contoh, regangan  $\epsilon$  pada ilustrasi di atas dapat ditulis dengan  $700 \mu\text{m/m}$  atau  $700 \times 10^{-6} \text{ in./in.}$  Kadang-kadang regangan juga dinyatakan dalam persen, khususnya jika regangan tersebut besar. (Di dalam contoh di atas regangan adalah 0,07%.)

## B. Regangan dan Tegangan Uniaksial

Definisi tegangan normal dan regangan normal semata-mata didasarkan atas tinjauan statika dan geometris saja, yang berarti bahwa persamaan (I-I) dan (1-2) dapat digunakan untuk berbagai beban besar berapapun dan berbagai jenis material (bahan). Persyaratan utama adalah bahwa deformasi batang adalah sama di seluruh volumenya, yang pada gilirannya mengharuskan batang tersebut prismatis, beban bekerja melalui pusat berat penampang dan bahannya homogen (yaitu, sama di seluruh bagian dari batang tersebut). Keadaan tegangan dan regangan yang dihasilkan disebut tegangan uniaksial dan regangan. Pembahasan lebih lanjut tentang tegangan uniaksial, termasuk juga tegangan dan regangan pada batang yang bukan longitudinal, diberikan dalam subbab 2.6. Kita juga akan menganalisis keadaan tegangan yang lebih rumit, seperti tegangan biaksial dan tegangan bidang, di dalam Bab 7.

## C. Garis Kerja Gaya Aksial Untuk Distribusi Tegangan Terbagi Rata

Di seluruh pembahasan terdahulu tentang tegangan dan regangan di batang prismatis, kita asumsikan bahwa tegangan normal  $\sigma$  mempunyai distribusi terbagi rata di seluruh penampang. Sekarang kita akan menunjukkan bahwa kondisi ini terpenuhi jika garis kerja gaya aksial melalui pusat berat penampang melintang.



**Gambar 1.4** Distribusi tegangan terbagi rata di suatu batang prismatis : (a) gaya aksial  $P$ , dan (b) penampang melintang batang

Tinjaulah batang prismatis yang mempunyai bentuk penampang sembarang yang mengalami gaya aksial  $P$  yang menyebabkan terjadinya tegangan terbagi rata (Gambar 1-4a). Juga, misalkan  $P_1$  adalah titik pada  $\sigma$  penampang di mana garis kerja gaya memotong penampang (Gambar 1-4b). Kita buat sistem sumbu  $xy$  pada bidang penampang dan catat koordinat titik  $P_1$  dengan  $\bar{x}$  dan  $\bar{y}$ . Untuk menentukan koordinat ini, kita amati bahwa momen  $M_x$  dan  $M_y$  dari gaya  $P$  masing-masing terhadap sumbu  $x$  dan  $y$ , harus sama dengan momen yang berkaitan dengan tegangan terbagi rata.

Momen dari gaya  $P$  adalah

$$M_x = P\bar{y} \quad M_y = -P\bar{x} \quad (\text{a,b})$$

di mana momen dipandang positif apabila vektornya ( dengan menggunakan aturan tangan kanan) bekerja dalam arah positif sumbunya.\* Momen dari tegangan yang terdistribusi diperoleh dengan mengintegrasikannya di seluruh penampang  $A$ . Gaya diferensial yang bekerja pada suatu elemen luas  $dA$  (Gambar 1-4b) sama dengan  $\sigma dA$ . Momen dari gaya tersebut terhadap sumbu  $x$  dan  $y$  adalah masing-masing  $\sigma y dA$  dan  $-\sigma x dA$ , yang mana  $x$  dan  $y$  menunjukkan koordinat elemen  $dA$ . Momen total diperoleh dengan mengintegrasikannya terhadap luas penampang; jadi, kita peroleh.

$$M_x = \int \sigma y dA \quad M_y = -\int \sigma x dA \quad (\text{c,d})$$

Pernyataan ini memberikan momen yang dihasilkan oleh tegangan  $\sigma$ . Selanjutnya, kita samakan momen  $M_x$  dan  $M_y$  yang diperoleh dari gaya  $P$  (Persamaan a dan b) dengan momen yang diperoleh dari tegangan yang terdistribusi (Persamaan c dan d) :

$$P\bar{y} = \int \sigma y dA \quad P\bar{x} = -\int \sigma x dA$$

Karena tegangan  $\sigma$  terbagi rata, maka kita ketahui bahwa nilainya konstan di seluruh penampang A dan dapat diletakkan di luar tanda integrasi. Juga, kita ketahui bahwa tegangan sama dengan  $P/A$ . Dengan demikian, kita peroleh rumus berikut untuk koordinat titik p :

$$\bar{y} = \frac{\int \sigma_y dA}{A} \quad \bar{x} = \frac{\int \sigma_x dA}{A} \quad (1-3a,b)$$

Persamaan ini sama dengan persamaan yang mendefinisikan koordinat pusat berat suatu area (lihat Pers. 12-3a dan b). Dengan demikian, kita sekarang telah sampai pada sebuah kesimpulan penting. Untuk memperoleh Tarik atau tekan yang terbagi rata pada suatu batang prismatic, gaya aksial harus bekerja melalui pusat berat penampang. Sebagaimana telah diuraikan sebelum ini, kita selalu mengasumsikan bahwa kondisi ini

terpenuhi, kecuali jika secara eksplisit dinyatakan tidak demikian. Contoh berikut ini mengilustrasikan perhitungan tegangan dan regangan pada batang prismatis. Dalam contoh pertama, kita mengabaikan berat batang dan dalam contoh kedua kita memasukkannya. (Agar sesuai dengan buku-buku praktek pada umumnya, kita selalu mengabaikan berat suatu struktur apabila memecahkan suatu soal, kecuali apabila diinstruksikan untuk memasukkannya.)

### Contoh 1-1

Sebuah tiang pendek berupa tabung lingkaran berlubang dari aluminium memikul beban tekan sebesar 54 kips (Gambar 1-5). Diameter dalam dan luar dari tabung tersebut masing-masing adalah  $d_1 = 3,6$  in dan  $d_2 = 5,0$  in. dan panjangnya adalah 40 in. Perpendekan tiang akibat beban tersebut diukur sebesar 0,022 in. Tentukanlah tegangan dan regangan tekan di tiang tersebut. (Abaikan berat tiang itu sendiri dan asumsikan bahwa tiang tersebut tidak menekuk akibat beban tersebut.)

### Solusi



Asumsikan bahwa beban tekan bekerja di pusat tabung berlubang sehingga kita dapat menggunakan persamaan  $s = P/A$  (Pers. 1-1) untuk menghitung tegangan normal . Gaya  $P$  sama dengan 54 k (atau 54000 lb), dan luas penampang melintang  $A$  adalah.

$$A = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) = \frac{\pi}{4}[(5,0 \text{ in.})^2 - (3,6 \text{ in.})^2] = 9,456 \text{ in.}^2$$

Dengan demikian, tegangan tekan di tiang adalah

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{54.000 \text{ lb}}{9,456 \text{ in.}^2} = 5710 \text{ psi}$$

Regangan tekan (dari Persamaan 1-2) adalah

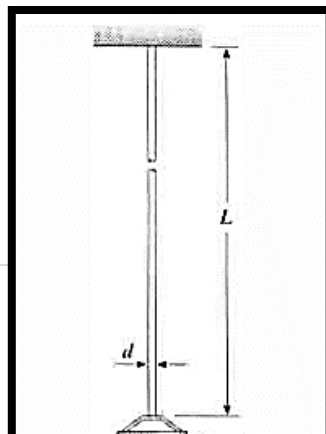
$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{0,022 \text{ in.}}{40 \text{ in.}} = 550 \times 10^{-6}$$

Jadi, tegangan dan regangan di tiang telah dihitung

Catatan: Sebagaimana telah diterangkan sebelum ini, regangan merupakan besaran yang tak berdimensi dan tidak ada satuan yang dibutuhkan. Namun untuk kejelasan, satuan juga sering digunakan. Dalam contoh ini,  $E$  dapat saja ditulis sebesar  $550 \times 10^{-6} \text{ in./in.}$  atau  $550 \mu\text{in./in.}$

### Contoh 1-2

Suatu batang baja berpenampang lingkaran yang panjangnya  $L$  dan berdiameter  $d$  dibebani  $W$  di ujung bawahnya ( gambar 1-6). (a) Dapatkan rumus untuk tegangan maksimum  $\sigma_{\text{maks}}$  di batang tersebut dengan memperhitungkan berat sendiri batang tersebut. (b) Hitunglah tegangan maksimum jika  $L = 40 \text{ in}$  ,  $d = 8 \text{ mm}$ , dan  $W = 1,5 \text{ kN}$



**Gambar 1.6** Batang bulat dari baja yang memikul beban  $W$

### Solusi

(a) Gaya aksial maksimum  $F_{maks}$  di batang terjadi di ujung alas dan sama dengan berat  $W$  ditambah berat  $W_0$  dari batang itu sendiri. Berat sendiri batang sama dengan berat jenis  $\gamma$  baja dikalikan volume batang  $V$ , atau

$$W_0 = \gamma V = \gamma AL \quad (1-4)$$

dengan  $A$  adalah luas penampang batang. Dengan demikian, rumus untuk tegangan maksimum (dari Persamaan 1-1) menjadi

$$\sigma_{maks} = \frac{F_{maks}}{A} = \frac{W + \gamma AL}{A} = \frac{W}{A} + \gamma L \quad (1-5)$$

(b) Untuk menghitung tegangan maksimum, kita masukkan harga-harga numerik ke dalam persamaan di atas. Luas penampang melintang sama dengan  $\pi d^2/4$ , dengan  $d = 8$  mm, dan berat jenis baja  $\gamma = 77,0$  k.N/m<sup>3</sup> (dari Tabel H- 1 di Lampiran H). Jadi

$$\begin{aligned} \gamma_{maks} &= \frac{1,5 \text{ kN}}{\pi(8 \text{ mm})^2/4} + (77,0 \text{ kN/m}^3)(40 \text{ m}) \\ &= 29,84 \text{ MPa} + 3,11 \text{ MPa} = 33,0 \text{ MPa} \end{aligned}$$

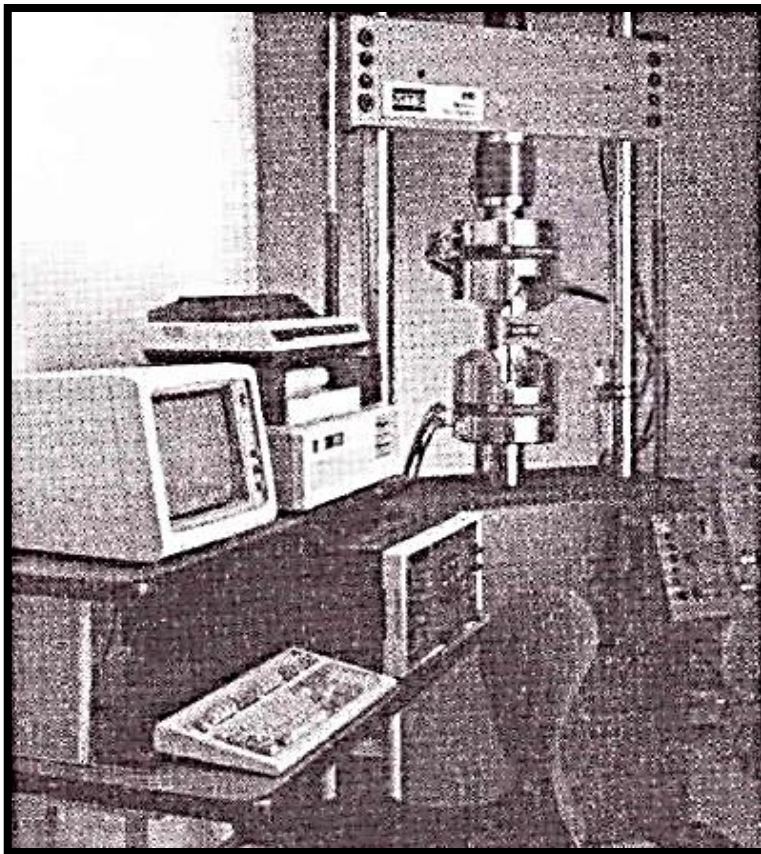
Di dalam contoh ini, berat batang berkontribusi secara signifikan terhadap tegangan maksimum dan sebaiknya tidak diabaikan.

### 1.3 BESARAN MEKANIS BAHAN

Untuk mendesain mesin dan struktur agar keduanya berfungsi secara memadai kita harus memahami perilaku mekanis dari material (bahan) yang digunakan. Biasanya, satu-satunya cara untuk menentukan bagaimana suatu bahan berperilaku apabila mengalami pembebanan adalah dengan melakukan eksperimen di laboratorium. Prosedur yang biasa adalah dengan meletakkan benda uji kecil dari material tersebut pada mesin penguji, menerapkan beban, dan selanjutnya mengukur deformasinya (seperti misalnya perubahan panjang dan perubahan diameter). Hampir semua laboratorium pengujian bahan dilengkapi dengan mesin-mesin yang mampu membebani benda uji dengan berbagai cara, termasuk pembebanan statik dan dinamik, baik tarik maupun tekan.

Mesin uji tarik tipikal ditunjukkan dalam Gambar 1-7. Benda uji dipasang di antara kedua penjepit besar dari mesin uji dan selanjutnya dibebani tarik. Alat pengukur akan mencatat deformasi, sementara system kontrol otomatis serta pengolah data (di kiri foto) membuat tabel dan grafik dari hasil pengujian.

Foto yang lebih detail dari benda uji tarik ditunjukkan dalam Gambar 1-8. Ujung benda uji bundar mempunyai penampang yang lebih besar di dekat penjepit agar kegagalan tidak akan terjadi di dekat penjepit. Suatu kegagalan di ujung tidak dapat menghasilkan informasi yang diharapkan tentang bahan karena distribusi tegangan di dekat penjepit tidak terbagi rata sebagaimana telah dibahas dalam Subbab 1.2. Pada benda uji yang didesain dengan baik, kegagalan akan terjadi di bagian prismatis dari benda uji di mana distribusi tegangan terbagi rata dan batang tersebut



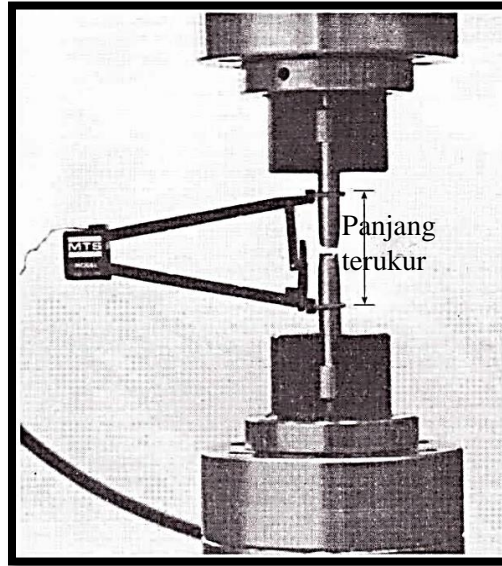
**Gambar 1.7** Mesin uji tarik dengan system pengolahan data (Atas izin MTS System Corporation)

hanya mengalami tarik murni. Situasi ini ditunjukkan dalam Gambar 1-8, di mana benda uji baja baru saja terputus akibat dibebani. Alat di kiri, yang dihubungkan oleh dua buah lengan ke benda uji, adalah extensometer untuk mengukur perpanjangan selama pembebanan.

Agar hasil pengujian dapat dibandingkan, maka dimensi benda uji dan metode penerapan beban telah distandarisasi. Organisasi pembuat standar yang paling utama adalah American Society for Testing and Materials (ASTM), suatu badan teknis nasional yang menerbitkan spesifikasi dan standar untuk bahan dan pengujian. Organisasi lain yang sejenis di Amerika Serikat adalah American Standards Association (ASA), dan National Institute of Standards and Institute (NIST), yang sebelumnya bernama National Bureau of Standards (NBS). Organisasi serupa ada di negara-negara lain.

Benda uji tarik menurut standar ASTM mempunyai diameter 0,505 in. dan panjang terukur 2,0 in. di antara tanda-tanda pengukuran, yang merupakan titik-titik di mana lengan extensometer dipasang ke benda uji (Gambar 1-8). Selama benda uji ditarik, beban aksial diukur dan dicatat, baik secara otomatis atau dengan membacanya dari dial. Perpanjangan diseluruh panjang terukur diukur secara

simultan baik dengan menggunakan pengukur mekanis seperti terlihat dalam Gambar 1-8 atau dengan menggunakan pengukur regangan tahanan elektris.



**Gambar 1.8** Benda uji tarik tipikal dengan extensometer yang terpasang padanya; benda uji baru saja terputus karena tarik (Atas izin MTS System Cororation)

Di dalam uji statik, beban diterapkan perlahan-lahan dan laju pembebanan yang teliti bukan merupakan hal yang penting karena tidak mempengaruhi perilaku benda uji. Tetapi, dalam uji dinamis beban diterapkan secara cepat dan kadang-kadang dengan cara siklus. Karena sifat beban dinamis mempengaruhi besaran bahan, maka laju pembebanan perlu juga dicatat. Uji tekan pada metal biasanya dilakukan pada benda uji kecil yang berbentuk kubus atau silinder. Kubus biasanya mempunyai sisi 2,0 in. dan silinder biasanya mempunyai diameter sekitar 1 in. dan panjangnya 1 sampai 12 in. Besarnya beban yang diterapkan dan besarnya perpendekan benda uji dapat diukur. Perpendekan sebaiknya diukur di seluruh panjang terukur yang kurang dari panjang total dari benda uji agar tidak ada efek ujung. Beton diuji tekan pada setiap proyek konstruksi yang penting untuk menjamin bahwa kekuatan yang dibutuhkan telah dicapai.

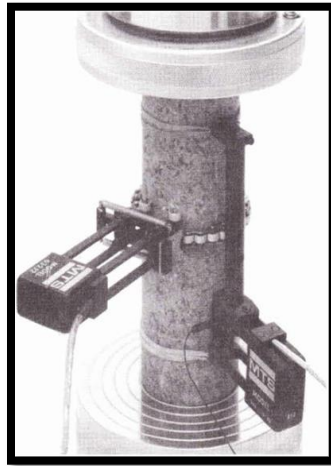
Benda uji menurut standar ASTM mempunyai diameter 6 in dan panjang 12 in, serta mempunyai umur 28 hari (umur beton merupakan hal yang penting

karena beton meningkat kekuatannya apabila mengering). Benda uji serupa yang agak lebih kecil digunakan dalam melakukan uji tekan pada batuan (Gambar 1 -9).

### A. Diagram Tegangan Regangan

Hasil-hasil pengujian biasanya bergantung pada ukuran benda uji. Karena

sangat kecil kemungkinannya bahwa kita menggunakan struktur yang ukurannya sama dengan ukuran benda uji, maka kita perlu menyatakan hasil pengujian dalam bentuk yang dapat diterapkan pada elemen struktur yang berukuran berapapun.



**Gambar 1.9** Benda uji batuan yang diuji tekan. (Atas izin MTS System Corporation)

Cara sederhana untuk mencapai tujuan ini adalah dengan mengkonversikan hasil pengujian tersebut ke tegangan dan regangan.

Tegangan aksial  $\sigma$  pada benda uji dihitung dengan membagi beban aksial  $P$  dengan luas penampang  $A$  (lihat Persamaan 1-1). Jika luas awal benda uji digunakan dalam perhitungan, maka tegangan yang diperoleh disebut tegangan nominal (nama lainnya adalah tegangan konvensional dan tegangan teknik). Harga tegangan aksial yang lebih eksak, yang disebut tegangan sebenarnya, dapat dihitung dengan menggunakan luas penampang batang sebenarnya pada saat kegagalan terjadi. Karena luas aktual dalam pengujian tarik selalu lebih kecil daripada luas awal (sebagaimana diilustrasikan dalam Gambar 1-8), maka tegangan sebenarnya selalu lebih besar daripada tegangan nominal.

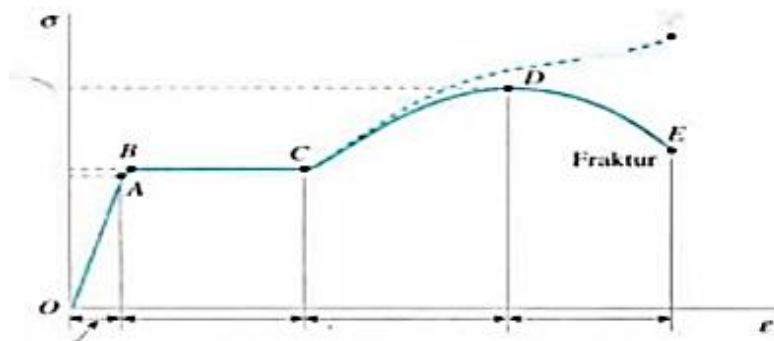
Regangan aksial rata-rata  $\epsilon$  pada benda uji diperoleh dengan membagi perpanjangan yang diukur  $\delta$  antara tanda-tanda pengukuran dengan panjang terukur  $L$  (lihat Gambar 1-8 dan Persamaan J -2). Jika panjang terukur awal digunakan dalam perhitungan (misalnya 2,0 in.), maka didapatkan regangan normal. Karenajarak antara tanda-tanda pengukuran bertambah pada saat beban tarik diterapkan, maka kita dapat menghitung regangan sebenarnya (atau regangan alami) pada setiap harga beban dengan menggunakan jarak aktual antara tanda-tanda pengukuran. Dalam keadaan tarik, regangan sebenarnya selalu lebih kecil daripada regangan normal. Sekalipun demikian, untuk penggunaan dalam bidang teknik, tegangan nominal dan regangan nominal sudah cukup memadai, sebagaimana akan diuraikan dalam bagian lain subbab ini.

Sesudah melakukan uji tarik atau tekan dan menentukan tegangan dan regangan pada berbagai taraf beban, kita dapat memplot diagram tegangan versus regangan. Diagram tegangan-regangan seperti ini merupakan karakteristik dari bahan yang diuji dan memberikan informasi penting tentang besaran mekanis dan jenis perilaku.

Bahan pertama yang akan kita bahas adalah baja struktural, yang juga dikenal dengan baja lunak atau baja karbon rendah. Baja struktural adalah salah satu bahan metal yang paling banyak digunakan untuk gedung, jembatan, crane, kapal, menara, kendaraan, dan berbagai jenis struktur lain. Diagram tegangan-regangan untuk baja struktural tipikal yang mengalami tarik ditunjukkan dalam Gambar 1-10. Regangan diplot pada sumbu horizontal dan tegangan pada sumbu vertikal. (Untuk menunjukkan semua hal penting dari bahan ini, sumbu regangan dalam Gambar 1-10 digambar tanpa skala.)

Diagram tersebut dimulai dengan garis lurus dari pusat sumbu 0 ke titik A, yang berarti bahwa hubungan antara tegangan dan regangan pada daerah awal ini bukan saja linier melainkan juga proporsional. •• Melewati titik A, proporsionalitas antara tegangan dan regangan tidak ada lagi; jadi tegangan di A disebut  $\sigma_H$ . Untuk baja berkarbon rendah, limit ini berada pada selang 30 sampai 50 ksi (210 sampai 350 MPa), tetapi baja berkekuatan tinggi (dengan

kandungan karbon lebih tinggi ditambah unsur paduan lain) dapat mempunyai batas proporsional lebih dari 80 ksi (550 MPa). Kemiringan garis lurus dari 0 ke A disebut modulus elastisitas. Karena kemiringan mempunyai satuan tegangan dibagi regangan, maka modulus elastisitas mempunyai satuan yang sama dengan tegangan. (Modulus elastisitas dibahas lebih lanjut di Subbab 1.5.)



Dengan meningkatnya tegangan hingga melewati limit proporsional, maka regangan mulai meningkat secara lebih cepat lagi untuk setiap pertambahan tegangan. Dengan demikian, kurva tegangan-regangan mempunyai kemiringan yang berangsur-angsur semakin kecil, sampai pada titik B kurva tersebut menjadi horizontal (lihat Gambar 1-10). Mulai dari titik ini, terjadi perpanjangan yang cukup besar pada benda uji tanpa adanya pertambahan gaya tarik (dari B ke C. Fenomena ini disebut luluh dari bahan, dan titik B disebut titik luluh. Tegangan yang berkaitan dengan ini disebut tegangan luluh dari baja. Di daerah antara B dan C, bahan ini menjadi plastis sempurna, yang berarti bahwa bahan ini berdeformasi tanpa adanya pertambahan beban. Perpanjangan benda uji baja lunak pada daerah plastis sempurna pada umumnya 10 sampai 15 kali perpanjangan yang terjadi di daerah linier (antara awalnya pembebanan dan limit proporsional). Adanya regangan yang sangat besar di daerah plastis (dan setelah itu) adalah alasan mengapa diagram tersebut diplot tidak berskala. Sesudah mengalami regangan besar yang terjadi selama peluluhan di daerah BC,



baja mulai mengalami penguatan regang (strain hardening). Selama itu, bahan mengalami perubahan dalam struktur kristalin, yang menghasilkan peningkatan resistensi bahan tersebut terhadap deformasi lebih lanjut. Perpanjangan benda uji di daerah ini membutuhkan peningkatan beban tarik, sehingga diagram tegangan-regangan mempunyai kemiringan positif dari C ke D. Beban tersebut pada akhirnya mencapai harga maksimumnya, dan tegangan pada saat itu (di titik D) disebut tegangan ultimate. Penarikan batang lebih lanjut pada kenyataannya akan disertai dengan pengurangan beban dan akhirnya terjadi putus/patah di suatu titik seperti titik E pada Gambar 1-10. Tegangan luluh dan tegangan ultimate dari suatu bahan disebut juga masing-masing kekuatan luluh dan kekuatan ultimate adalah sebutan umum yang merujuk pada kapasitas suatu struktur untuk menahan beban. Sebagai contoh, kekuatan luluh dari suatu balok adalah besarnya beban yang dibutuhkan untuk terjadinya luluh di balok tersebut, dan kekuatan ultimate dari suatu rangka batang adalah beban maksimum yang dapat dipikulnya, yaitu beban gagal. Tetapi, dalam melakukan uji tarik untuk suatu bahan, kita definisikan kapasitas pikul beban dengan tegangan di suatu benda uji, bukannya beban total yang bekerja pada benda uji. Karena itu, kekuatan bahan biasanya dinyatakan dalam tegangan.

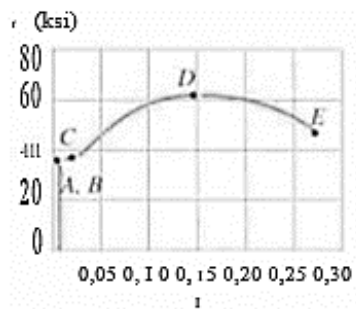


**Gambar 1.11** Necking pada batang baja lunak yang mengalami Tarik

Apabila suatu benda uji ditarik, terjadi juga kontraksi lateral, sebagaimana telah disebutkan sebelum ini. Pengurangan luas penampang yang ditimbulkannya cukup kecil terhadap perhitungan tegangan hingga sekitar titik C dalam Gambar 1-10, tetapi melewati titik tersebut, pengurangan luas mulai mengubah bentuk kurva. Di sekitar tegangan ultimate, pengurangan luas menjadi

sangat nyata dan neckin (pembentukan leher) pada batang tersebut terjadi (lihat Gambar 1-8 dan 1-11 ). Jika luas aktual penampang di bagian yang mengecil dari leher ini digunakan untuk menghitung tegangan, maka kurva  $\sigma$  regangan-regangan sebenarnya (garis putus CE · dalam Gambar 1 - 10) akan diperoleh. Beban total yang dapat dipikul batang tersebut memang berkurang sesudah tegangan ultimate tercapai sebagaimana ditunjukkan dengan kurva DE, tetapi reduksi ini adalah akibat berkurangnya luas batang dan bukan karena berkurangnya kekuatan bahan itu sendiri. Pada kenyataannya, bahan menahan peningkatan tegangan sebenarnya hingga terjadi kegagalan (titik E'). Karena hampir semua struktur diharapkan berfungsi pada tegangan di bawah limit proporsional, maka kurva tegangan-regangan konvensional OABCDE, yang didasarkan atas luas penampang awal benda uji dan yang mudah untuk dihitung, memberikan informasi yang cukup baik untuk digunakan dalam desain teknik. Diagram dalam Gambar 1-10 menunjukkan karakteristik umum dari kurva tegangan-regangan untuk baja lunak, tetapi proporsinya tidak realistis karena, sebagaimana telah disebutkan, regangan yang terjadi dari B ke C mungkin lebih daripada sepuluh kali regangan yang terjadi dari 0 ke A . Selain itu, regangan dari C ke E beberapa kali lebih besar daripada dari B ke C. Hubungan yang benar ditunjukkan dalam Gambar 1 - 12, yang menunjukkan diagram tegangan-regangan untuk baja lunak yang digambar berskala.

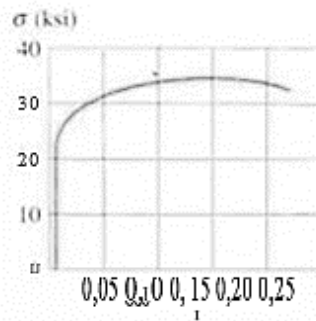
**Gambar 1-12** Diagram struktural tipikal yang berskala)



tegangan regangan untuk baja mengalami tarik (digambar berskala)

Di dalam gambar ini, regangan dari titik no! ke titik A sedemikian kecilnya dibandingkan dengan regangan dari titik A ke titik E sehingga regangan tersebut tidak

terlihat, dan bagian awal dari diagram ini nampak seperti garis vertikal. Adanya titik luluh yang jelas yang diikuti dengan regangan plastis merupakan karakteristik penting dari baja struktural yang kadang-kadang digunakan dalam desain (lihat, sebagai contoh, pembahasan perilaku elastoplastis dalam Subbab 2.12, 3.12, dan 6.9). Metal seperti baja struktural yang mengalami regangan permanen besar sebelum kegagalan terj adi di kelompokkan ke dalam bahan yang daktil (ulct).

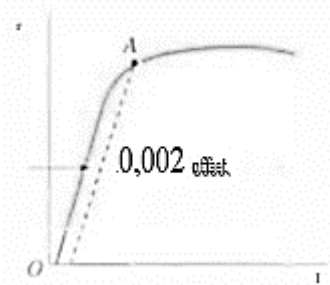


**Gambar 1-13** Diagram tegangan regangan untuk senyawa aluminium

Sebagai contoh, daktilitas (keuletan) adalah sifat yang memungkinkan suatu batang baja untuk dibengkokkan membentuk busur lingkaran tanpa putus atau ditarik menjadi kawat tanpa mengalami kerusakan. Keunggulan yang diharapkan dari bahan yang daktil adalah bahwa distorsi nyata dapat terjadi jika beban menjadi terlalu besar, sehingga memberikan kesempatan untuk melakukan sesuatu sebelum patah (fraktur) aktual terjadi. Selain itu, bahan yang berperilaku daktil mampu menyerap sejumlah besar energi regangan sebelum mengalami fraktur. Baja struktural adalah paduan besi yang mengandung sekitar 0,2% karbon, sehingga disebut dengan baja karbon rendah. Dengan bertambahnya kadar karbon, baja menjadi kurang daktil tetapi menjadi lebih kuat (mempunyai tegangan luluh dan tegangan ultimate lebih tinggi). Besaran fisik bajajuga dipengaruhi oleh perlakuan panas yang dialaminya, adanya metal lain, dan proses pembuatan seperti pengerokan. Material lain yang berperilaku secara daktil (pada kondisi tertentu) meliputi aluminium, tembaga, magnesium, timbal, molybdenum, nikel, perunggu, brons monel metal, nilon, dan teflon. Meskipun bahan-bahan tersebut mempunyai daktilitas yang cukup besar, paduan aluminium pada

umumnya tidak mempunyai titik luluh yang jelas, sebagaimana ditunjukkan dalam kurva tegangan-regangan dalam Gambar 1-13.

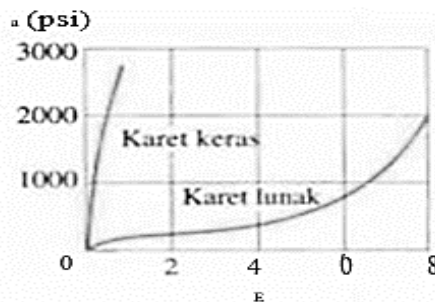
Sekalipun demikian, bahan ini mempunyai daerah linier awal dengan limit proporsional yang terlihat jelas. Paduan yang diproduksi untuk maksud struktural mempunyai limit proporsional dalam selang 10 sampai 60 ksi (70 sampai 410 MPa) dan tegangan ultimate dalam selang 20 sampai 80 ksi (140 sampai 550 MPa). Apabila suatu bahan seperti aluminium tidak mempunyai titik luluh yang jelas dan mengalami regangan besar sesudah limit proporsional dilampaui, tegangan luluh arbiter dapat ditentukan dengan metode  $\sigma_{0.002}$ -set.



**Gambar 1.14** Tegangan luluh sembarang yang ditentukan dengan metode offset

Suatu garis lurus ditarik pada kurva tegangan-regangan yang sejajar dengan bagian linier awal dari kurva tersebut (Gambar 1-14) tetapi mempunyai offset regangan standar tertentu, misalnya 0,002 (atau 0,2%). Perpotongan garis offset dan kurva tegangan-regangan (titik A dalam gambar ini) didefinisikan sebagai tegangan luluh. Karena tegangan ini ditentukan dengan aturan yang opsional dan bukan merupakan besaran fisik baan sebenarnya, maka hal ini harus dibedakan dengan tegangan luluh sebenarnya dengan cara menyebutnya tegangan luluh offset. Untuk bahan seperti aluminium, tegangan luluh offset terletak sedikit di atas limit proporsional. Dalam baja struktural, dengan adanya transisi mendadak dari daerah linier ke daerah plastis, tegangan offset pada dasarnya sama dengan tegangan luluh dan limit proporsional. Karet mempunyai hubungan linier antara tegangan dan regangan sampai regangan yang relatif besar (dibandingkan dengan metal). Regangan pada limit proporsional dapat sebesar 0,1 atau 0,2 (10% atau 20%).

Setelah limit proporsional, perilakunya bergantung pada jenis karet (Gambar 1-15). Beberapa jenis karet akan inemanjang sangat besar tanpa mengalami kegagalan, hingga panjangnya dapat mencapai beberapa kali panjang semula. Bahan tersebut pada dasarnya mempunyai tahanan yang meningkat jika dibebani, dan kurva tegangan-regangannya jelas berarah ke atas. Pembaca dapat dengan mudah mengamati perilaku seperti ini dengan menarik karet gelang dengan tangan. (Perhatikan bahwa meskipun karet dapat mengalami regangan sangat besar, bahan ini bukanlah bahan daktil karena regangannya tidak permanen).



**Gambar 1.15** Kurva tegangan-regangan untuk dua jenis karet yang mengalami tarik

Daktilitas bahan yang mengalami tarik dapat dilihat dengan mengamati perpanjangan bahan dan reduksi luas pada penampang di mana fraktur terjadi. Persentase perpanjangan didefinisikan sebagai

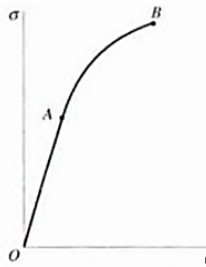
$$\text{Persentase perpanjangan} = \frac{L_r - L_0}{L_0} \times 100 \quad (1-6)$$

dengan  $L_0$  adalah panjang terukur awal dan  $L$  adalah jarak antara tanda-tanda pengukuran pada saat fraktur. Karena perpanjangan tidak sama diseluruh panjang benda uji tetapi terpusat di daerah di mana terjadi necking, maka persentase perpanjangan bergantung pada panjang terukur. Dengan demikian, dalam menyatakan persentase perpanjangan, Panjang terukur harus diketahui. Untuk panjang terukur 2 in, baja dapat mempunyai perpanjangan dalam selang 3% sampai 40%, bergantung pada komposisi; dalam hal baja struktural, dengan harga yang umum adalah 20% atau 30%. Perpanjangan paduan aluminium bervariasi dari 1 % sampai 45%, bergantung pada komposisi dan

perawatannya. Persentase reduksi luas menunjukkan besarnya necking yang terjadi dan didefinisikan sebagai.

$$\text{Persentase reduksi luas} = \frac{A_0 - A_f}{A_0} (100) \quad (1-7)$$

Dengan  $A_0$  adalah luas penampang melintang awal dan  $A_f$  adalah luas akhir pada penampang fraktur. Untuk baja struktural, reduksi ini sekitar 50%. Bahan yang gaga! karena tarik pada harga regangan yang relatif rendah disebut bahan yang getas. Contohnya adalah beton, batu, besi tuang, kaca, keramik, dan berbagai paduan metalik. Bahan yang getas akan gagal hanya dengan sedikit perpanjangan sesudah limit proporsional (tegangan di titik A dalam Gambar 1 - 16) dilampaui.



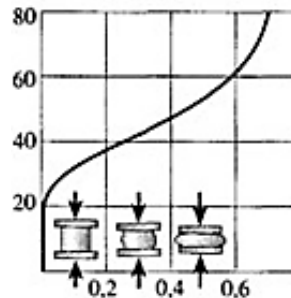
**Gambar 1.16** Diagram tegangan- regangan tipikal untuk bahan getas yang menunjukkan limit proporsional (titik A) dan tegangan fraktur (titik B)

Selain itu, reduksi luas tidak signifikan, dan tegangan fraktur nominal (titik B) akan sama dengan tegangan ultimate sebenarnya. Baja berkadar karbon tinggi mempunyai tegangan luluh tinggi - kadang-kadang melebihi 1 00 ksi (700 MPa) - tetapi berperilaku getas dan fraktur selalu terjadi pada perpanjangan yang hanya beberapa persen. Kaca biasa merupakan bahan getas yang hampir ideal karena bahan ini menunjukkan tidak adanya daktilitas sedikitpun. Kurva tegangan- regangan untuk kaca yang mengalami tarik pada dasarnya adalah garis lurus, dengan kegagalan muncul sebelum luluh terjadi. Tegangan ultimatnya sekitar 10000 psi (70 MPa) untuk beberapa jenis kaca plat, tetapi ada variasi yang cukup besar, bergantung pada jenis kaca, ukuran benda uji, dan adanya cacat mikroskopis. Serat kaca dapat mempunyai kekuatan yang sangat

tinggi, dan tegangan ultimatanya dapat melebihi 1.000.000 psi (7 GPa). Banyak jenis plastik yang digunakan untuk maksud struktural karena bahan ini ringan, tahan karat, dan mempunyai insulasi elektrik yang baik. Sifat mekanisnya sangat bervariasi. Dimana beberapa jenis plastik bersifat getas dan lainnya bersifat daktil.

Dalam mendesain dengan plastik, perlu diingat bahwa besarnya sangat dipengaruhi perubahan temperatur dan berjalannya waktu. Sebagai contoh, tegangan tarik ultimate beberapa jenis plastik dapat menjadi tinggal setengahnya apabila temperaturnya meningkat dari 50°F ke 120°F. Juga, plastik yang dibebani dapat meregang secara gradual dengan bertambahnya waktu sampai bahan itu tidak dapat berfungsi lagi. Sebagai contoh, sebuah batang yang terbuat dari polivinil klorida yang mengalami beban tarik yang semula menghasilkan regangan 0,005 dapat mengala regangan sebesar dua kalinya setelah seminggu, meskipun beban tersebut konstan. (Fenomena ini, dikenal dengan rangkak, dibahas pada bagian berikut.) Tegangan tarik ultimate untuk plastik pada umumnya ada dalam selang 2 sampai 50 ksi (14 sampai 350 MPa) dan berat jenisnya bervariasi dari 50 sampai 90 lb/ft<sup>3</sup> (8 sampai 14 kN/m<sup>3</sup>). Ada sejenis nilon yang mempunyai tegangan ultimate sebesar 12 ksi (80 MPa) dan beratnya hanya 70 lb/ft<sup>3</sup> (11 kN/m<sup>3</sup>), yang berarti hanya 12% lebih berat daripada air.

Karena ringannya, maka rasio kekuatan terhadap berat untuk bahan nilon kurang lebih sama dengan baja struktural (lihat Soal 1.3-6). Bahan yang diperkuat filamen terdiri atas bahan dasar (atau matriks) dengan kandungan serat dan filamen yang berkekuatan tinggi. Komposit yang dihasilkannya mempunyai kekuatan yang jauh lebih tinggi dibandingkan bahan dasarnya. Sebagai contoh, penggunaan serat kaca dapat meningkatkan kekuatan hingga dua kali kekuatan matriks plastik. Komposit banyak digunakan dalam pesawat terbang, perahu, roket, dan pesawat luar angkasa di mana kekuatan tinggi dan bobot yang ringan dibutuhkan.



**Gambar 1.17** Diagram tegangan- regangan untuk tembaga yang mengalami tekan

Kurva tegangan-regangan untuk bahan yang mengala tekan berbeda dengan yang mengalami tarik. Metal daktil seperti baja, aluminium, dan tembaga mempunyai limit proporsional untuk tekan yang sangat dekat dengan untuk tarik, dan daerah awal pada kurva tegangan-regangan tarik dan tekan pada dasarnya sama. Tetapi, setelah luluh terjadi, perilakunya berbeda. Dalam pengujian tarik, benda uji memanjang, necking dapat muncul dan fraktur pada akhirnya terjadi. Apabila bahan ditekan, sisinya akan membesar dan akan berbentuk seperti gentong karena gesekan antara benda uji dan plat ujung mencegah ekspansi lateral. Dengan bertambahnya beban, sisi benda uji akan semakin membesar dan semakin meningkatkan tahanannya terhadap perpendekan lebih lanjut (yang berarti bahwa kurva tegangan-regangan menjadi sangat curam). Karakteristik ini diilustrasikan dalam Gambar 1 - 17, yang memperlihatkan diagram tegangan- regangan tekan untuk tembaga. Karena luas penampang aktual dari benda uji tekan lebih besar daripada luas awal, maka tegangan sebenarnya pada pengujian tekan akan lebih kecil daripada tegangan nominal. Bahan getas yang dibebani tekan pada umumnya mempunyai daerah linier awal yang diikuti dengan daerah di mana perpendekannya bertambah dengan laju yang lebih besar daripada bebannya. Kurva tegangan-regangan untuk tekan dan tarik seringkali mempunyai bentuk yang serupa, tetapi tegangan ultimatnya dalam keadaan tekan jauh lebih besar daripada keadaan tarik. Juga, tidak seperti bahan

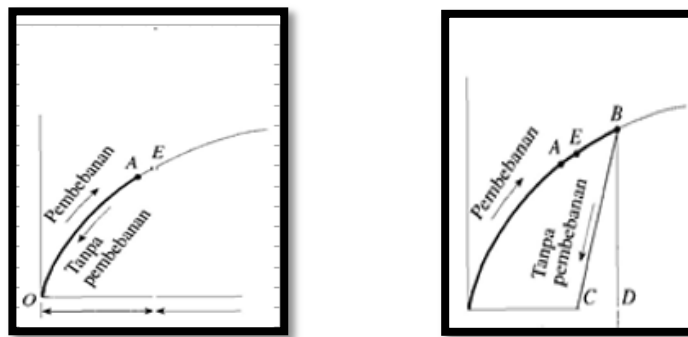


daktil, yang membesar tengahnya apabila ditekan, bahan getas secara aktual akan pecah pada beban maksimum. Tabel besaran mekanis untuk beberapa bahan diberikan dalam Lampiran H di belakang buku ini. Data di dalam tabel tersebut merupakan data tipikal bahan dan dapat digunakan untuk memecahkan soal-soal dalam buku ini. Sekalipun demikian, besaran bahan dan kurva tegangan-regangan sangat bervariasi, bahkan untuk bahan yang sama, karena berbedanya proses pembuatan, komposisi kimiawi, cacat interal, temperatur, dan berbagai faktor lain. Karena itu, data yang diperoleh dari Lampiran H (atau tabel-tabel lain yang serupa) sebaiknya tidak digunakan untuk tujuan rekayasa atau desain yang khusus. Sebagai gantinya, pembuat bahan atau penyalumya perlu dimintai informasi tentang produk khusus tersebut.

#### **1.4 ELASTISITAS, PLASTISITAS, DAN RANGKAK**

Kurva tegangan-regangan menunjukkan perilaku bahan teknik apabila bahan tersebut dibebani tarik atau tekan, sebagaimana dibahas pada subbab sebelum ini. Untuk melangkah lebih jauh, mari kita tinjau apa yang terjadi apabila beban dihilangkan dan bahan tersebut tak berbeban. Anggap, sebagai contoh, bahwa kita menerapkan beban tarik pada benda uji sedemikian hingga tegangan dan regangan berjalan dari titik pusat 0 ke titik A pada kurva tegangan-regangan dalam Gambar 1 - 1 8a. Anggap pula bahwa apabila beban itu dihilangkan, maka bahan akan benar-benar mengikuti kurva yang sama dan kembali ke asal 0. Sifat bahan seperti ini, yaitu dapat kembali ke dimensi semula selama beban dihilangkan, disebut elastisitas, dan bahan itu sendiri disebut elastis. Catat bahwa kurva tegangan-regangan dari 0 ke A tidak harus linier agar bahan dapat disebut elastis. Sekarang misalkan kita membebani bahan yang sama ini hingga taraf yang lebih tinggi, sehingga titik B dalam kurva tegangan-regangan tercapai (Gambar 1-18b). Apabila dari titik B beban dihilangkan, maka bahan tersebut akan mengikuti garis BC pada kurva tersebut. Garis penghilangan beban ini sejajar dengan bagian awal dari kurva pemberian beban; artinya garis BC sejajar dengan garis singgung dari kurva tegangan-regangan di titik pusat. Ketika titik C dicapai, maka beban tersebut telah benar-benar hilang, namun

regangan residual, atau regangan permanen, yang dinyatakan dengan garis OC, tetap ada pada bahan. Akibatnya, batang yang diuji ini akan lebih panjang daripada sebelum dibebani. Perpanjangan residual batang ini disebut set yang permanen (ermanent set). Dari regangan total OD yang terjadi selama pembebanan dari titik 0 ke B, regangan CD telah diperoleh kembali secara elastis dan regangan OC tetap ada sebagai regangan permanen. Jadi, selama penghilangan beban, batang akan sebagian kembali ke bentuk semula, dan bahan ini disebut elastis sebagian. Di antara titik A dan B pada kurva tegangan-regangan (Gambar 1-18b), pasti ada sebuah titik di mana bahan sebelumnya elastis, dan sesudahnya elastis sebagian.

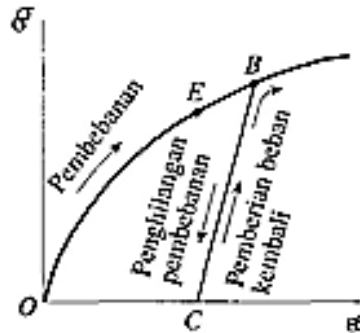


**Gambar 1.18** Diagram tegangan-regangan yang mengilustrasikan: (a) perilaku elastis, dan (b) perilaku elastis sempurna

Untuk mencari titik tersebut, kita bebani bahan hingga mencapai tegangan yang telah dipilih untuk kemudian menghilangkan beban tersebut. Jika tidak ada set yang permanen (artinya perpanjangan batang tersebut kembali ke nol), maka bahan itu elastis penuh sampai harga tegangan yang dipilih. Proses pembebanan dan penghilangan beban ini diulangi terus untuk tegangan yang lebih besar. Akhirnya, akan diperoleh tegangan yang menyebabkan sebagian regangannya tidak dapat pulih pada saat penghilangan beban. Dengan menggunakan prosedur ini, tegangan pada limit atas dari daerah elastis dapat dihitung, misalnya, tegangan di titik E dalam Gambar 1-18a dan b. Tegangan di titik ini dikenal sebagai limit elastis dari suatu bahan. Banyak bahan, termasuk hampir semua metal, yang mempunyai daerah linier di awal kurva tegangan-regangannya (sebagai contoh, lihat Gambar 1-10 dan 1-1). Tegangan di limit atas daerah linier ini merupakan limit proporsional. Limit elastis ini biasanya sama

dengan, atau sedikit di atas, limit proporsional. Dengan demikian, untuk sebagian besar bahan kedua limit tersebut dianggap mempunyai nilai numerik yang sama. Pada baja lunak, tegangan luluhnya juga sangat dekat dengan limit proporsional sehingga untuk praktisnya, tegangan luluh, limit elastis, dan limit proporsional diasumsikan sama. Tentu saja, situasi ini tidak berlaku untuk semua bahan. Karet adalah contoh nyata untuk bahan yang tetap bersifat elastis meskipun limit proporsionalnya telah dilampaui. Karakteristik suatu bahan yang mana bahan itu dapat mengalami regangan inelastis melewati regangan pada limit elastis disebut plastisitas. Jadi, pada kurva tegangan-regangan dalam Gambar 1 - 1 Sa, kita mempunyai daerah elastis yang diikuti dengan daerah plastis.

Apabila deformasi besar terjadi pada bahan daktile yang dibebani hingga daerah plastis, maka bahan ini disebut mengalami aliran plastis. Jika suatu bahan masih berada dalam daerah elastis, bahan tersebut dapat dibebani, dihilangkan bebannya, dan dibebani lagi tanpa adanya perubahan signifikan pada perilakunya. Tetapi, apabila dibebani hingga daerah plastis, struktur internal bahan tersebut akan berubah dan besaran bahannya juga berubah. Sebagai contoh, kita telah mengamati bahwa ada regangan permanen di benda uji sesudah penghilangan beban dari daerah plastis (Gambar 1-18b). Sekarang bayangkan bahwa bahan ini dibebani kembali sesudah penghilangan beban tersebut (Gambar 1-19). Pembebanan yang baru ini dimulai di titik C pada diagram dan terus mengarah ke atas hingga titik B, titik di mana penghilangan beban dimulai pada siklus pembebanan pertama. Bahan tersebut selanjutnya mengikuti diagram tegangan-regangan hingga titik F. Jadi, untuk pembebanan kedua, kita dapat membayangkan bahwa kita mempunyai kurva tegangan-regangan dengan titik pusat di titik C. Selama pembebanan kedua, bahan berperilaku elastis linier dari C ke B, dengan kemiringan garis CB sama dengan kemiringan garis singgung kurva pembebanan semula di titik asal 0. Limit proporsional sekarang ada di titik B, yang merupakan tegangan yang lebih besar daripada limit elastis semula (titik E). Jadi, dengan meregangkan bahan seperti baja atau aluminium hingga ke daerah inelastis atau plastis, besaran material berubah daerah elastis linier bertambah,



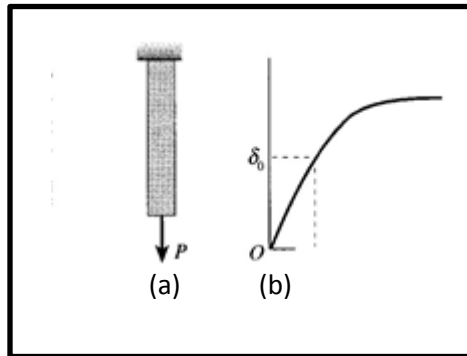
**Gambar 1.19** Pembebanan kembali pada bahan dan meningkatnya limit proporsional dan elastis

limit proporsional meningkat, dan limit elastis membesar. Tetapi, daktilitas berkurang karena pada "bahan baru" tersebut besaya luluh yang melewati limit elastis (dari B ke F lebih kecil daripada bahan semula dari E ke F).

## B. Rangkak

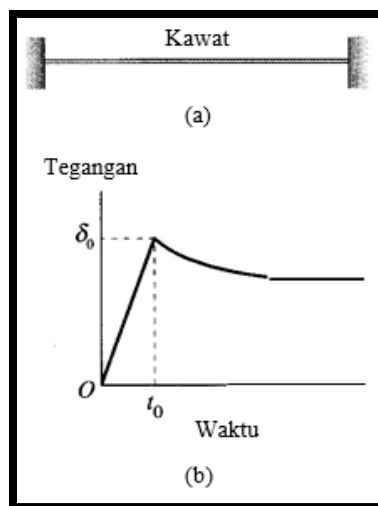
Diagram tegangan-regangan yang dibahas sebelum ini diperoleh dari uji tarik yang melibatkan pembebanan dan penghilangan beban secara statik pada benda uji, dan berlalunya waktu tidak masuk ke dalam pembahasan. Namun, apabila dibebani untuk waktu yang cukup lama, beberapa bahan mengalami regangan tambahan dan disebut mengala rangkak. Fenomena ini dapat muncul dengan berbagai cara. Sebagai contoh, anggap bahwa batang vertikal (Gambar 1-20a) dibebani perlahan-lahan oleh gaya  $P$ , sehingga menimbulkan perpanjangan sebesar  $\delta$ . Asumsikan bahwa pembebanan dan perpanjangan terjadi selama selang waktu  $t$  (Gambar 1-20b). Setelah waktu  $t_0$ , bebannya tetap konstan. Tetapi, akibat terjadinya rangkak, batang tersebut secara gradual memanjang, seperti terlihat dalam Gambar 1-20b, meskipun bebannya tidak berubah. Perilaku ini terjadi pada banyak bahan, meskipun kadang-kadang perubahan itu terlalu kecil untuk diperhatikan.

Sebagai contoh kedua untuk masalah rangkak, tinjaulah kawat yang diregangkan antara dua tumpuan yang tak dapat dipindahkan sedemikian hingga kawat itu mempunyai tegangan tarik  $s_0$  (Gambar 1-21).



**Gambar 1.20** Rangkak pada batang yang mengalami beban konstan

Asumsikan bahwa pembebanan dan perpanjangan terjadi selama selang waktu  $t$  (Gambar 1-20b). Setelah waktu  $t_0$ , bebannya tetap konstan. Tetapi, akibat terjadinya rangkak, batang tersebut secara gradual memanjang, seperti terlihat dalam Gambar 1-20b, meskipun bebannya tidak berubah. Perilaku ini terjadi pada banyak bahan, meskipun kadang-kadang perubahan itu terlalu kecil untuk diperhatikan. Sebagai contoh kedua untuk masalah rangkak, tinjaulah kawat yang diregangkan antara dua tumpuan yang tak dapat dipindahkan sedemikian hingga kawat itu mempunyai tegangan tarik  $s_0$  (Gambar 1-21).



**Gambar 1.21** Relaksasi tegangan pada sebuah kawat pada kondisi regangan konstan

Di sini pun, waktu selama kawat tersebut dibebani diberi notasi  $t_0$ . Dengan berlalunya waktu, tegangan di kawat akan berkurang secara gradual, hingga akhirnya mencapai harga konstan, meskipun tumpuan di ujung-ujungnya tidak bergerak. Proses ini, yang merupakan manifestasi lain dari rangkai, disebut relaksasi bahan. Rangkai biasanya lebih penting pada temperatur tinggi dibandingkan dengan pada temperatur biasa, sehingga hal ini harus selalu ditinjau pada desain mesin, tanur, dan struktur lain yang beroperasi pada temperatur tinggi untuk waktu yang lama. Bahan-bahan seperti baja, beton, dan kayu akan mengalar rangkai sedikit bahkan pada temperatur biasa. Sebagai contoh, rangkai beton pada periode waktu lama dapat menimbulkan permukaan yang tidak merata pada lantai jembatan. Salah satu cara untuk mengatasinya adalah dengan membuat lawan lendut (*camber*) pada lantai tersebut, yang merupakan peralihan awal ke atas bidang horizontal sedemikian hingga apabila rangkai tetadi, bentang tersebut akan turun hingga ke posisi yang sama.

## **1.5 ELASTISITAS LINIER, HUKUM HOOKE, DAN RASIO POISSON**

Banyak bahan struktural, termasuk juga sebagian besar metal, kayu, plastik, dan keramik, berperilaku elastis dan linier ketika dibebani pertama kali. Akibatnya, kurva tegangan-regangan dimulai dengan garis lurus yang melewati titik asalnya. Salah satu contoh adalah kurva tegangan-regangan untuk baja struktural (Gambar 1-10), di mana daerah dari titik asal 0 hingga limit proporsional (titik A) adalah linier dan elastis. Contoh lain adalah daerah di bawah limit proporsional dan limit elastis pada diagram untuk aluminium (Gambar 1-13), karet (Gambar 1-15), dan tembaga (Gambar 1-17). Apabila suatu bahan berperilaku elastis dan juga mempunyai hubungan linier antara tegangan dan regangan, bahan ini disebut elastis linier. Perilaku seperti ini sangat penting di dalam rekayasa karena alasan yang sangat jelas—dengan mendesain struktur dan mesin agar berfungsi pada daerah ini, kita dapat menghindari deformasi permanen akibat luluh. Hubungan linier antara tegangan dan

regangan untuk suatu batang yang mengalami tarik atau tekan sederhana dinyatakan dengan persamaan

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1-8)$$

dengan  $\sigma$  adalah tegangan aksial,  $\varepsilon$  adalah regangan aksial, dan E adalah konstanta proporsionalitas yang dikenal dengan modulus elastisitas bahan tersebut. Modulus elastisitas adalah kemiringan kurva tegangan-regangan di dalam daerah elastis linier, sebagaimana telah disebutkan dalam Subbab 1.3. Karena regangan tidak mempunyai dimensi, maka satuan untuk E sama dengan satuan untuk tegangan. Satuan tipikal untuk E adalah psi atau ksi pada satuan USCS dan pascal (atau kelipatan darinya) dalam satuan SI.

Persamaan  $\sigma = E\varepsilon$  dikenal sebagai hukum Hooke, untuk mengenang ilmuwan Inggris terkenal Robert Hooke (1635-1703). Hooke adalah orang pertama yang menyelidiki secara ilmiah besaran elastis beberapa bahan, dan ia menguji bahan-bahan seperti metal, kayu, batu, dan tulang. Ia mengukur perpanjangan kawat yang memikul gaya berat dan mengamati bahwa perpanjangannya "selalu mempunyai proporsi yang sama dengan berat material yang membentuk kawat tersebut" (Ref. 1-6). Jadi, Hooke membangun hubungan linier antara beban dan perpanjangan yang ditimbulkannya.

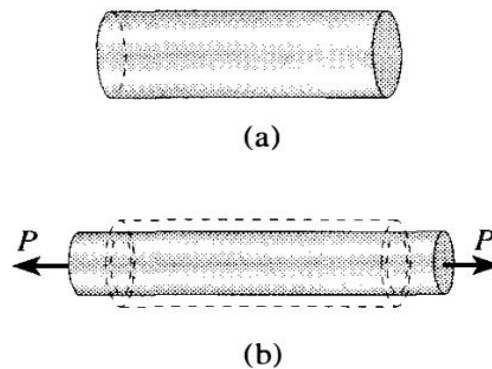
Persamaan (1-8) sebenarnya merupakan versi yang sangat terbatas dari hukum Hooke karena persamaan ini hanya menghubungkan tegangan dan regangan longitudinal yang terjadi pada tarik atau tekan sederhana pada suatu batang (tegangan uniaksial). Untuk membahas keadaan tegangan yang lebih rumit, seperti yang biasa dijumpai pada sebagian besar struktur dan mesin, kita harus menggunakan persamaan hukum Hooke yang lebih rumit (lihat Subbab 7.5 dan 7.6).

Modulus elastisitas mempunyai harga yang relatif besar untuk bahan yang sangat kaku, seperti metal struktural. Baja mempunyai modulus elastisitas sekitar 30000 ksi (210 GPa); untuk aluminium, harganya sekitar 10600 ksi (73 GPa). Bahan yang lebih fleksibel mempunyai modulus elastisitas lebih rendah - untuk plastik sekitar 100 sampai 2000 ksi (0,7 sampai 14 GPa). Beberapa harga E yang representatif dicantumkan dalam Tabel H-2, Lampiran H. Untuk sebagian besar bahan, harga E pada kondisi tekan hampir sama dengan pada kondisi tarik.

Modulus elastisitas sering disebut modulus Young, mengambil nama ilmuwan Inggris lain, Thomas Young (1773-1829). Dalam kaitannya dengan penyelidikan tarik dan tekan pada batang prismatis, Young memperkenalkan ide "modulus elastisitas." Tetapi, modulus yang ia maksud tidak sama dengan yang kita gunakan dewasa ini karena besaran itu merupakan besaran yang berasal dari batang dan bahan (Ref. 1-7).

### A. Rasio Poisson

Apabila suatu batang prismatis dibebani tarik, perpanjangan aksialnya disertai dengan kontraksi lateral (yaitu kontraksi tegak lurus arah beban). Perubahan bentuk ini ditunjukkan dalam Gambar 1-22, di mana bagian (a) menunjukkan batang sebelum pembebanan dan bagian (b) menunjukkan batang setelah pembebanan. Dalam bagian (b), garis putus menunjukkan bentuk batang sebelum pembebanan.



**Gambar 1.22** Perpanjangan aksial dan kontraksi lateral pada suatu batang yang mengalami tarik: (a) batang sebelum pembebanan, dan (b) batang sesudah pembebanan. (Deformasi batang digambar secara dibesarkan).

Kontraksi lateral dengan mudah dapat diibaratkan seperti menarik suatu karet gelang. tetapi pada metal perubahan dimensi lateral ini ( dalam daerah elastis linier) biasanya terlalu kecil untuk bisa dilihat. Sekalipun demikian, hal ini dapat dideteksi dengan alat ukur yang sensitif.



Regangan lateral di setiap titik pada suatu batang sebanding dengan regangan aksial di titik tersebut jika bahannya elastis linier. Agar regangan lateral sama di seluruh panjang batang, maka kondisi tambahan harus ada. Pertama, gaya aksial harus konstan di seluruh panjang batang sedemikian hingga regangan aksial konstan. Kedua, bahannya harus homogen, artinya bahan tersebut harus mempunyai komposisi yang sama (sehingga besaran elastisnya sama) di setiap titik. Tentu saja, kita telah mengasumsikan bahwa bahan tersebut homogen sehingga tegangan dan regangan akan konstan di seluruh batang (lihat Subbab 1.2). Namun perlu diingat bahwa mempunyai material yang homogen tidak berarti besaran elastisnya sama di segala arah. Sebagai contoh, modulus elastisitas dapat berbeda dalam arah aksial dan lateral. Dengan demikian, kondisi ketiga yang harus dipenuhi agar regangan lateral seragam adalah bahwa besaran elastis harus sama di semua arah yang tegak lurus sumbu longitudinal. Bahan, baik yang isotropik atau ortotropik (lihat definisi yang diberikan pada paragraf berikut ini) memenuhi kondisi tersebut. Apabila ketiga kondisi dipenuhi, sebagaimana sering dijumpai, maka regangan lateral di suatu batang yang mengalami tarik seragam akan sama di setiap titik di batang dan sama dalam semua arah lateral.

Bahan yang mempunyai besaran yang sama dalam semua arah (aksial, lateral, dan di antaranya) disebut isotropik. Jika besarannya berbeda pada berbagai arah, maka bahan tersebut disebut anisotropik (atau anisotropik). Kasus khusus dari anisotropik terjadi jika besaran pada arah tertentu sama di seluruh bahan dan besaran di semua arah yang tegak lurus arah tersebut sama (tetapi berbeda dengan besaran pertama tadi) maka bahan itu disebut ortotropik. Plastik yang diperkuat dengan serat dan beton bertulang dengan batang tulangan baja adalah contoh bahan komposit yang memperlihatkan perilaku ortotropik.

Rasio regangan lateral  $\epsilon'$  terhadap regangan aksial  $\epsilon$  dikenal dengan rasio Poisson dan diberi notasi huruf Yunani  $\nu$  (nu); jadi,

$$\nu = \frac{\text{lateral strain}}{\text{axial strain}} = \frac{\epsilon'}{\epsilon} \quad (1-9)$$

yang dapat ditulis

$$\epsilon' = -\nu \epsilon \quad (1-10)$$

Untuk suatu batang yang mengalami tarik, regangan aksial adalah positif dan regangan lateral negatif (karena lebar batang berkurang). Untuk tekan, kita mempunyai situasi sebaliknya, dengan batang menjadi lebih pendek (regangan aksial negatif) dan lebih lebar (regangan lateral positif). Dengan demikian, untuk bahan biasa, rasio Poisson selalu mempunyai harga positif. (Perhatikan bahwa dalam menggunakan persamaan 1-9 dan 1-10, kita harus selalu mengingat bahwa persamaan tersebut berlaku hanya pada batang yang mengalami tegangan uniaksial; yaitu batang yang hanya mengalami tegangan normal  $\sigma$  dalam arah aksial.)

Rasio Poisson diberi nama untuk mengenang matematikawan Perancis terkenal Simeon Denis Poisson (1781-1840), yang berupaya menghitung rasio dengan menggunakan teori molekul bahan (Ref. 1-8). Untuk bahan isotropik, Poisson mendapatkan  $\nu = 1/4$ . Perhitungan yang lebih mutakhir yang didasarkan atas model struktur atomik yang lebih baik menghasilkan  $\nu = 1/3$ . Kedua harga ini cukup mendekati harga-harga aktual yang diukur, yang ada dalam selang 0,25 sampai 0,35 untuk sebagian besar metal dan beberapa bahan lain. Bahan yang mempunyai rasio Poisson sangat kecil antara lain gabus, yang mempunyai harga  $\nu$  pada dasarnya nol, dan beton, dengan  $\nu$  antara 0,1 sampai 0,2. Limit atas teoretis untuk rasio Poisson adalah 0,5, sebagaimana diterangkan dalam pembahasan berikut tentang perubahan volume. Karet mempunyai  $\nu$  yang mendekati harga batas ini.

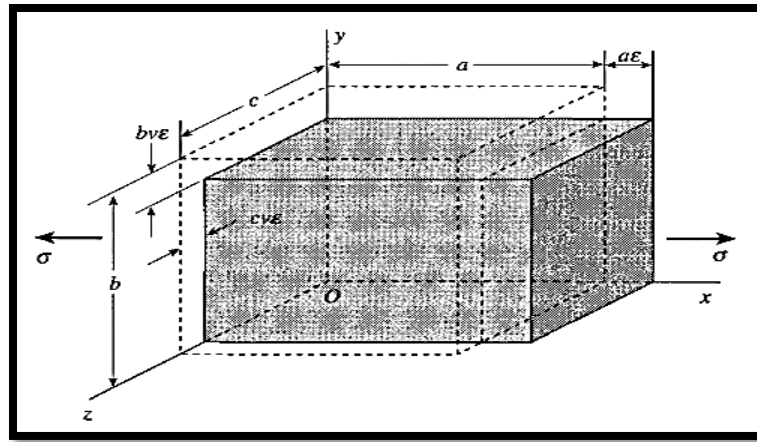
Tabel rasio Poisson untuk berbagai bahan di dalam daerah elastis linier diberikan dalam Lampiran H (lihat Tabel H-2). Pada sebagian besar keperluan, rasio Poisson dapat diasumsikan sama untuk kondisi tarik dan tekan.

Apabila regangan di suatu bahan menjadi besar, rasio Poissonnya berubah. Sebagai contoh, pada baja struktural rasio ini menjadi hampir 0,5 apabila luluh plastis terjadi. Jadi, rasio Poisson akan tetap konstan hanya di

daerah elastis linier. Dari tinjauan yang lebih umum, rasio antara regangan lateral dan regangan aksial sering disebut rasio kontraksi. Tentu saja, dalam kasus khusus perilaku elastis linier, rasio kontraksi sama dengan rasio Poisson.

### B. Perubahan Volume

Karena dimensi suatu batang yang mengalami tarik atau tekan berubah jika beban diterapkan (Gambar 1-22), maka volume batang berubah juga. Perubahan volume dapat dihitung dari regangan aksial dan lateral sebagai berikut. Kita ambil sebagian kecil elemen suatu bahan isotropik yang dipotong dari batang yang mengalami tarik (Gambar 1-23).



**Gambar 1-23** Perubahan bentuk elemen yang dipotong dari sebuah batang yang mengalami tarik. (Bentuk semula ditunjukkan dengan garis putus; bentuk terdeformasi ditunjukkan dengan garis padat.)

Bentuk semula dari elemen ini (yang ditunjukkan dengan garis putus) adalah paralelepipedum (balok) persegi panjang dengan sisi a, b, dan c masing-masing dalam arah x, y, z.\* Sumbu x diambil dalam arah longitudinal batang, yang merupakan arah tegangan normal  $\sigma$  yang diakibatkan oleh gaya aksial. Bentuk terdeformasi dari elemen ditunjukkan dengan garis padat.

Perpanjangan elemen dalam arah pembebanan adalah  $a\varepsilon$ , yang mana  $\varepsilon$  adalah regangan aksial. Karena regangan lateral adalah  $-v\varepsilon$  (lihat Persamaan 1-10), maka dimensi lateral berkurang sebesar  $bv\varepsilon$  dalam arah y dan  $cv\varepsilon$  dalam arah z. Jadi, dimensi akhir dari elemen ini adalah  $a(1 + \varepsilon)$ ,  $b(1 - v\varepsilon)$ , dan  $c(1 - v\varepsilon)$ ; dengan demikian, volume akhir elemen adalah

$$V_1 = abc(1 + \epsilon)(1 - \nu\epsilon)(1 - \nu\epsilon) = V_0(1 + \epsilon)(1 - \nu\epsilon)(1 - \nu\epsilon) \quad (1-11)$$

di mana  $V_0$  adalah volume semula  $abc$ . Apabila hasil di sisi kanan Persamaan (1-11) dibuka, maka kita akan mendapatkan suku-suku yang meliputi kuadrat dan pangkat tiga dari regangan aksial  $\epsilon$ . Dalam hal  $\epsilon$  yang sangat kecil dibandingkan dengan kesatuannya, maka kuadrat dan pangkat tiga darinya akan dapat diabaikan dibandingkan  $e$  itu sendiri dan dapat dihilangkan dari persamaan tersebut. Volume akhirnya menjadi

$$V_1 = V_0(1 + \epsilon - 2\nu\epsilon) \quad (1-12)$$

dan perubahan volumenya adalah

$$\Delta V = V_1 - V_0 = V_0\epsilon(1 - 2\nu) \quad (1-13)$$

Perubahan volume satuan  $e$  didefinisikan sebagai perubahan volume dibagi dengan volume semula

$$e = \frac{\Delta V}{V_0} = \epsilon(1 - 2\nu) = \frac{\sigma}{E}(1 - 2\nu) \quad (1-14)$$

Besaran  $e$  juga dikenal dengan **dilatasi**.

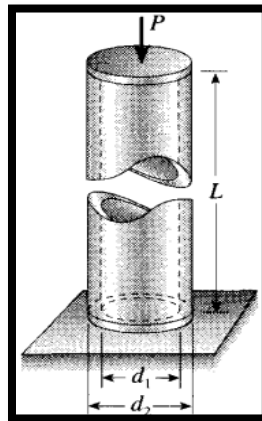
Persamaan perubahan volume di atas dapat juga digunakan untuk tekan, yang mana regangan aksial  $\epsilon$  bertanda negatif dan volume batang berkurang.

Dari persamaan untuk dilatasi (Persamaan 1-14), kita lihat bahwa harga rasio Poisson maksimum yang mungkin untuk bahan biasa adalah 0,5 karena harga berapapun yang lebih besar akan berarti bahwa dilatasi  $e$  menjadi negatif dan volume berkurang apabila bahan tersebut mengalami tarik, yang secara fisik jarang terjadi. Sebagaimana telah disebutkan, untuk sebagian besar bahan  $\nu$  berharga sekitar 1/4 atau 1/3 di daerah elastis linier, yang berarti bahwa perubahan volume satuan ada dalam selang  $1/3$  sampai  $1/2$ .

Contoh berikut ini mengilustrasikan perhitungan perubahan dimensional pada batang prismatis.

❖ **Contoh 1-3**

Sebuah pipa dengan panjang  $L = 4,0$  ft, diameter luar  $d_2 = 6,0$  in dan diameter dalam  $d_1 = 4,5$  in dibebani gaya aksial tekan  $P = 140$  k (Gambar 1-24). Bahan ini mempunyai modulus elastisitas  $E = 30.000$  ksi dan rasio Poisson  $\nu = 0,30$ .



**Gambar 1. 24** Contoh 1-3. Pipa baja yang mengalami tekan

Untuk pipa tersebut, tentukanlah besaran berikut: (a) perpendekan  $\delta$ , (b) regangan lateral  $\epsilon'$ , (c) pertambahan diameter luar  $\Delta d_2$  dan pertambahan diameter dalam  $\Delta d_1$  (d) pertambahan tebal dinding pipa  $\Delta t$ , (e) pertambahan volume bahan  $\Delta v$ , dan (f) dilatasi  $e$ .

❖ **Solusi**

Luas penampang melintang  $A$  dan tegangan longitudinal  $\sigma$  ditentukan sebagai berikut.

$$A = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) = \frac{\pi}{4}[(6,0 \text{ in.})^2 - (4,5 \text{ in.})^2] = 12,37 \text{ in.}^2$$
$$\delta = -\frac{P}{A} = -\frac{140 \text{ k}}{12,37 \text{ in.}^2} = -11,32 \text{ ksi (tekan)}$$

Karena tegangan jauh di bawah tegangan luluh (lihat Tabel H-3, Lampiran H), maka bahan berperilaku elastis linier dan regangan aksial dapat dihitung dari hukum Hooke.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{-11,32 \text{ ksi}}{30.000 \text{ ksi}} = -377,3 \times 10^{-6}$$

- a) Dengan telah diketahuinya regangan aksial, kita sekarang dapat menghitung perubahan panjang pipa (lihat Persamaan 1-2):

$$\gamma = \epsilon L = (-377,3 \times 10^{-6})(4,0 \text{ ft})(12 \text{ in./ft}) = -0,018 \text{ in.}$$

Tanda negatif untuk  $\delta$  menunjukkan perpendekan pipa.

- b) Regangan lateral dihitung dari rasio Poisson (lihat Persamaan 1-10):

$$\epsilon' = -\nu\epsilon = -(0,30)(-377,3 \times 10^{-6}) = 113,2 \times 10^{-6}$$

Tanda positif untuk  $\epsilon'$  menunjukkan pertambahan dimensi lateral, sebagaimana diharapkan untuk kondisi tekan.

- c) Pertambahan diameter luar sama dengan regangan lateral dikalikan diameter

$$\Delta d_2 = \epsilon' d_2 = (113,2 \times 10^{-6})(6,0 \text{ in.}) = 0,000679 \text{ in.}$$

Dengan cara yang sama, pertambahan diameter dalam adalah

$$\Delta d_1 = \epsilon' d_1 = (113,2 \times 10^{-6})(4,5 \text{ in.}) = 0,000509 \text{ in.}$$

- d) Pertambahan tebal dinding diperoleh dengan cara yang sama seperti pertambahan diameter; jadi,

$$\Delta t = \epsilon' t = (113,2 \times 10^{-6})(0,75 \text{ in.}) = 0,000085 \text{ in.}$$

Hasil-hasil ini dapat diverifikasi dengan mencatat bahwa pertambahan tebal dinding sama dengan.

$$\Delta t = \frac{\Delta d_2 - \Delta d_1}{2} = \frac{1}{2}(0,000679 \text{ in.} - 0,000509 \text{ in.}) = 0,000085 \text{ in.}$$

sebagaimana diharapkan. Catat bahwa untuk kondisi tekan, ketiga besaran ini bertambah (diameter luar, diameter dalam, dan tebal).

- e) Perubahan volume bahan dihitung dari Persamaan (1-13):

$$\begin{aligned}
\Delta V &= V_0 \epsilon (1 - 2\nu) = AL \epsilon (1 - 2\nu) \\
&= (12,37 \text{ in.}^2)(4,0 \text{ ft})(12 \text{ in./ft})(-377,3 \times 10^{-6})(1 - 0,60) \\
&= -0,0896 \text{ in.}^3
\end{aligned}$$

Perubahan volume ini negatif yang menunjukkan pengurangan volume, sebagaimana diharapkan untuk kondisi tekan.

f) Akhirnya, dilatasi adalah (Persamaan 1-14)

$$e = \epsilon(1 - 2\nu) = (-377,3 \times 10^{-6})(1 - 0,60) = -0,00015$$

yang berarti reduksi 0,015% pada volume bahan.

Catatan: Hasil numerik yang diperoleh dalam contoh ini mengilustrasikan bahwa perubahan dimensional pada bahan struktural yang mengalami kondisi pembebanan normal sangat kecil. Meskipun kecil, perubahan dimensi dapat merupakan hal yang penting pada beberapa jenis analisis (misalnya analisis struktur statis tak tertentu) dan dalam penentuan tegangan dan regangan secara eksperimental.

**BAB II**  
**TEGANGAN DAN REGANGAN**

<b>Mata Kuliah</b>	<b>Topik</b>	<b>Tujuan Pembelajaran</b>
<b>Mekanika Kekuatan Material I ( HMKK319 )</b>	1. Tegangan dan Regangan Geser 2. Tegangan Izin dan Beban Izin 3. Desain untuk Beban Aksial dan Geser Langsung	1. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Tegangan dan Regangan Geser 2. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Tegangan Izin dan Beban Izin 3. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Desain untuk Beban Aksial dan Geser Langsung

**2.1 TEGANGAN DAN REGANGAN GESER**

Pada subbab terdahulu, kita membahas pengaruh tegangan normal yang diakibatkan beban aksial yang bekerja pada batang lurus. Tegangan ini disebut "tegangan normal" karena bekerja dalam arah yang tegak lurus permukaan bahan. Sekarang kita akan meninjau jenis lain dari tegangan yang disebut tegangan geser yang bekerja dalam arah tangensial terhadap permukaan bahan.

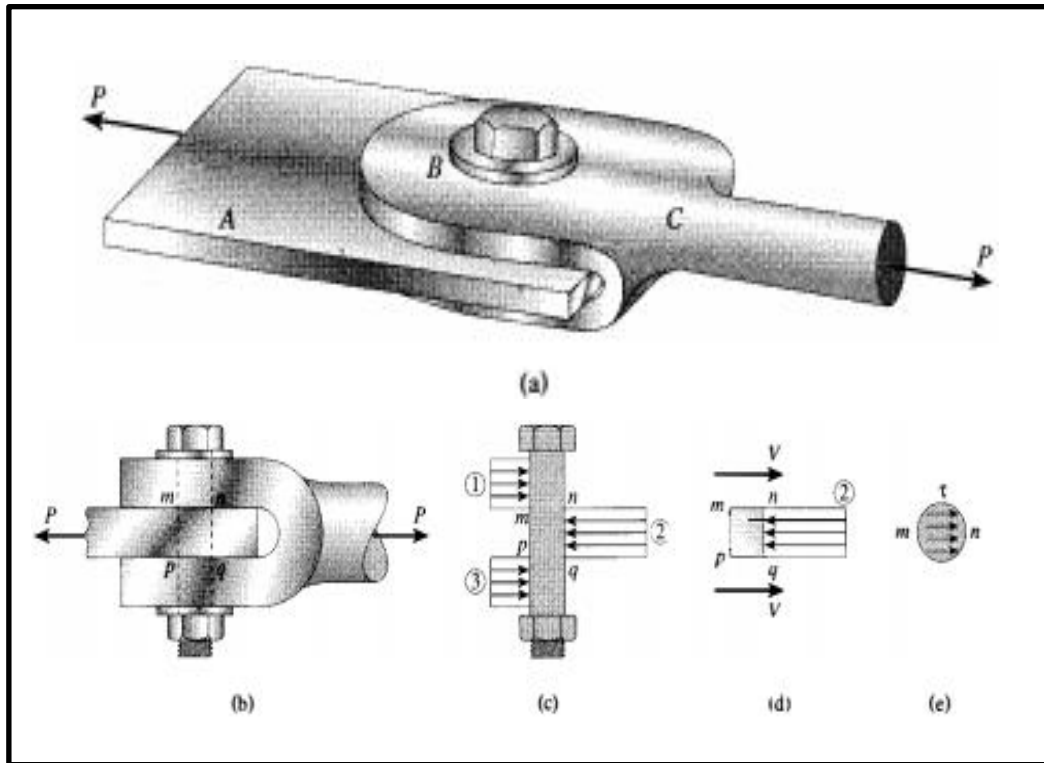
Sebagai ilustrasi tentang aksi tegangan geser, tinjaulah sambungan dengan baut seperti terlihat dalam Gambar 2.1a. Sambungan ini terdiri atas batang datar A, pengapit C, dan baut B yang menembus lubang di batang dan pengapit. Akibat aksi beban tarik P, batang dan pengapit akan menekan baut dengan cara tumpu (bearing), dan tegangan kontak, yang disebut tegangan tumpu (bearing stresses), akan timbul. Selain itu, batang dan pengapit cenderung menggeser baut, dan kecenderungan ini ditahan oleh tegangan geser pada baut.

Untuk memperjelas aksi tumpu dan tegangan geser, mari kita lihat sambungan tersebut dari samping (Gambar 2.1b). Dengan sudut pandang ini kita menggambar diagram benda-bebas dari baut (Gambar 2.1c). Tegangan tumpu yang



diberikan oleh pengapit ke baut ada di bagian kiri dari diagram benda bebas dan diberi label 1 dan 3. Tegangan dari batang ada di bagian kanan dan diberi label 2. Distribusi aktual tegangan tumpu sulit ditentukan sehingga biasa diasumsikan bahwa tegangan ini terbagi rata. Berdasarkan atas asumsi terbagi rata, kita dapat menghitung tegangan tumpu rata-rata  $\sigma_b$  dengan membagi gaya tumpu total  $F_b$  dengan luas tumpu  $A_b$ :

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_b} \quad (1-15)$$



**Gambar 2.1** Sambungan dengan baut di mana bautnya dibebani geser ganda

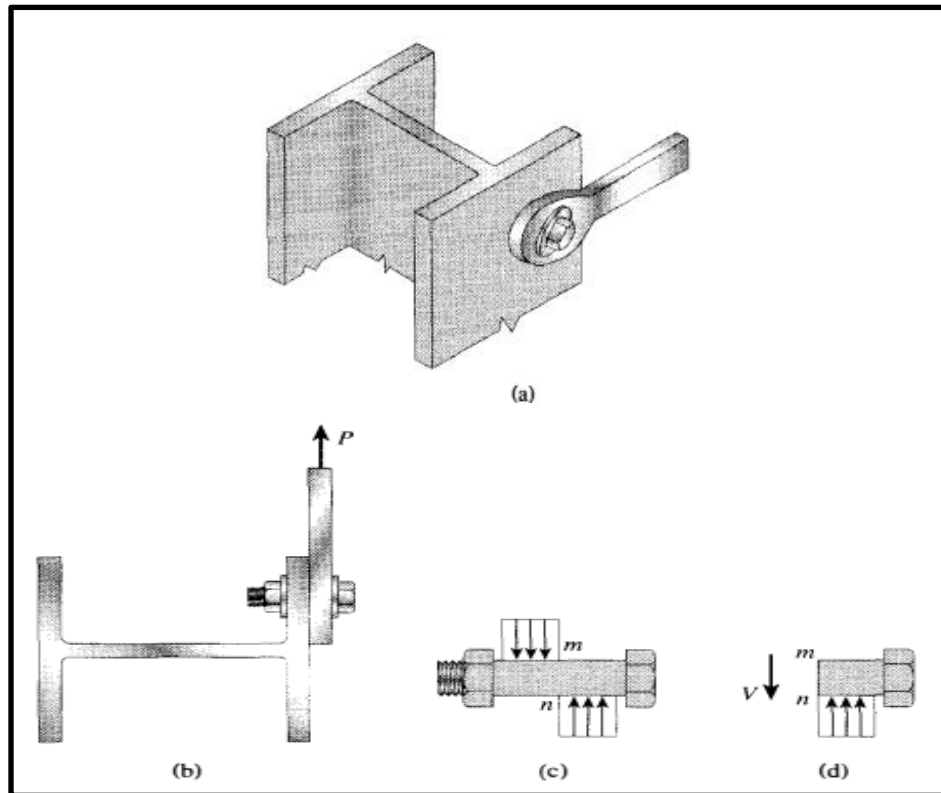
Luas tumpu didefinisikan sebagai luas proyeksi dari permukaan tumpu yang melengkung. Sebagai contoh, tinjau tegangan tumpu yang berlabel 1. Luas proyeksi  $A_b$  di mana tegangan tersebut bekerja adalah persegi panjang yang mempunyai tinggi sama dengan tebal pengapit dan lebar sama dengan diameter baut. Selain itu,

gaya tumpu  $F_b$  yang dinyatakan dengan tegangan berlabel 1 sama dengan  $P/2$ . Luas yang sama dan gaya yang sama berlaku untuk tegangan yang berlabel 3.

Sekarang tinjau tegangan tumpu antara batang datar dan baut (tegangan yang berlabel 2). Untuk tegangan ini, luas tumpu  $A_b$  adalah persegi panjang dengan tinggi sama dengan tebal batang datar dan lebar sama dengan diameter baut. Gaya tumpunya sama dengan beban  $P$ .

Diagram benda bebas dalam Gambar 2.1c menunjukkan bahwa ada kecenderungan untuk menggeser baut di sepanjang penampang  $mn$  dan  $pq$ . Dari diagram benda bebas  $mnpq$  dari baut (lihat Gambar 2.1d), kita lihat bahwa gaya geser  $V$  bekerja pada permukaan potongan dari baut. Pada contoh ini, ada dua bidang geser ( $mn$  dan  $pq$ ), sehingga baut ini dikatakan mengalami geser ganda (atau dua irisan). Dalam geser ganda, masing-masing gaya geser sama dengan setengah dari beban total yang disalurkan oleh baut, artinya  $V=P/2$ . Gaya geser adalah resultan dari tegangan geser yang terdistribusi di seluruh penampang melintang  $mn$  dan ditunjukkan dalam Gambar 2.1e. Tegangan ini bekerja sejajar permukaan potongan. Distribusi pasti dari tegangan ini tidak diketahui, tetapi jumlah terbesar di dekat pusat dan menjadi nol di lokasi tertentu pada tepinya. Sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 2.1e, tegangan geser biasanya diberi notasi huruf Yunani  $\tau$  (tau).

Sambungan dengan menggunakan baut yang mengalami geser tunggal (atau satu irisan) ditunjukkan dalam Gambar 2.2a, yang mana beban aksial  $P$  pada batang metal disalurkan ke flens kolom baja melalui sebuah baut. Potongan kolom (Gambar 2.2b) menunjukkan hubungan ini secara rinci. Juga, sebuah sketsa baut (Gambar 2.2c) distribusi tegangan tumpu yang diasumsikan yang bekerja pada baut. Sebagaimana telah disebutkan, distribusi aktual tegangan tumpu jauh lebih rumit dibandingkan yang terlihat dalam gambar tersebut. Selain itu, tegangan tumpu juga terjadi terhadap kepala baut dan terhadap mur. Jadi, Gambar 2.2c bukanlah diagram benda bebas-hanya tegangan tumpu ideal yang ditunjukkan dalam gambar tersebut.



**Gambar 2.2** Sambungan dengan menggunakan baut dimana bautnya dibebani geser tunggal

Dengan memotong melalui baut di potongan  $mn$  kita memperoleh distribusi tegangan tumpu sebagaimana terlihat dalam Gambar 2.2d. Diagram ini meliputi gaya geser  $V$  (sama dengan beban  $P$ ) yang bekerja pada penampang melintang baut. Seperti telah disebutkan, gaya geser ini adalah resultan dari tegangan geser yang bekerja terhadap luas penampang melintang baut.

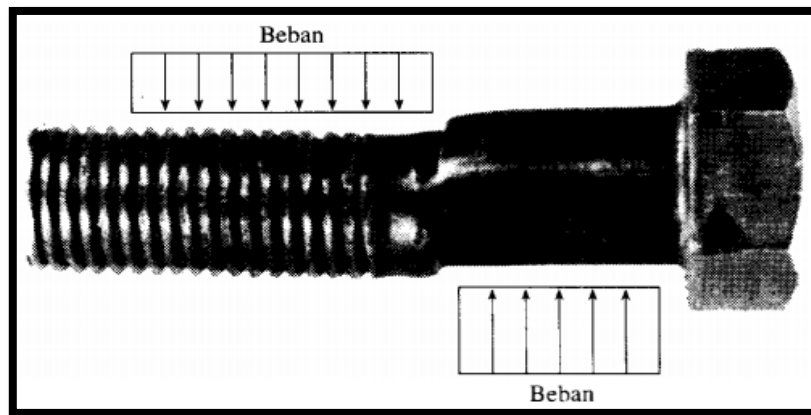
Deformasi baut yang dibebani hingga mendekati kegagalan pada geser tunggal terlihat dalam Gambar 2.3 (bandingkan dengan Gambar 1-26c).

Dalam pembahasan terdahulu tentang sambungan yang menggunakan baut, kita mengabaikan gesekan antara elemen-elemen yang berhubungan. Adanya gesekan berarti bahwa sebagian dari beban dipikul oleh gaya geser, sehingga mengurangi beban pada baut. Karena gesekan tidak dapat diandalkan dan sulit untuk diestimasi, maka biasanya di dalam praktek diabaikan dalam perhitungan.

Tegangan geser rata-rata pada penampang baut diperoleh dengan membagi gaya geser total  $V$  dengan luas  $A$  dari penampang melintang di mana gaya tersebut bekerja, sebagai berikut:

$$\tau_{\text{rata-rata}} = \frac{V}{A} \quad (1-16)$$

Dalam contoh Gambar 2.2, gaya geser  $V$  sama dengan beban  $P$  dan luas  $A$  adalah luas penampang melintang baut. Sementara dalam contoh Gambar 2.1, gaya geser  $V$  sama dengan  $P/2$ .

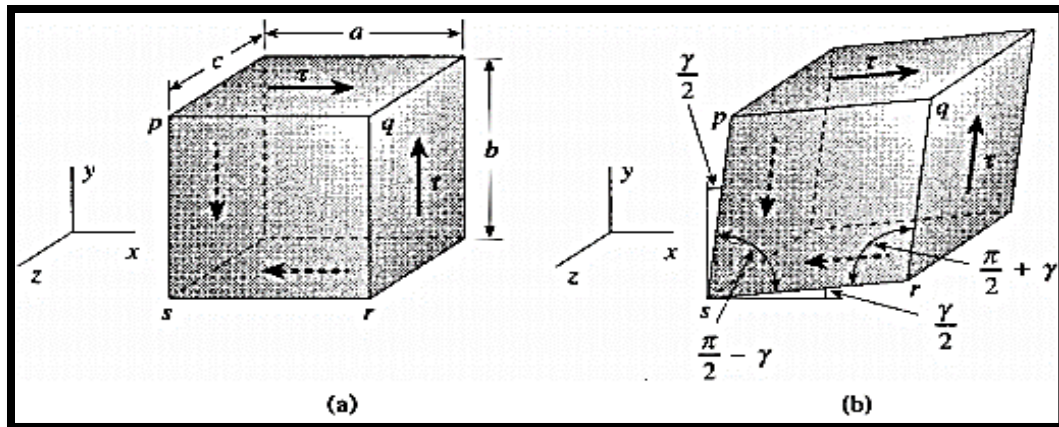


**Gambar 2.3** Kegagalan baut secara geser tunggal

Dari Persamaan (1-16) kita lihat bahwa tegangan geser, seperti tegangan normal, menunjukkan intensitas gaya, atau gaya per satuan luas. Jadi, satuan untuk tegangan geser sama dengan satuan untuk tegangan normal, yaitu psi atau ksi dalam satuan USCS dan pascal dalam satuan SI. Susunan pembebanan yang terlihat dalam Gambar 2.1 dan 2.2 adalah contoh geser langsung (atau geser sederhana) di mana tegangan geser dihasilkan oleh aksi langsung dari gaya-gaya dalam upaya memotong bahan. Geser langsung terjadi pada desain sambungan yang menggunakan baut, sendi, paku keling, kunci, las, atau lem. Tegangan geser juga timbul secara tidak langsung apabila elemen struktur mengalami tarik, torsi, dan lentur, sebagaimana dibahas masing-masing pada Subbab 2.6, 3.3, dan 5.8.

### A. Kesamaan Tegangan Geser Pada Bidang-Bidang Yang Tegak Lurus

Untuk mendapatkan gambaran lebih lengkap tentang aksi tegangan geser, mari kita tinjau elemen kecil dari suatu bahan berbentuk paralelepipedum persegi panjang yang mempunyai sisi  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  masing-masing dalam arah  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  (Gambar 2.4a). Muka depan dan belakang dari elemen ini tidak bertegangan. Sekarang asumsikan bahwa tegangan geser  $\tau$  terbagi rata di seluruh muka atas, yang mempunyai luas  $ac$ . Agar elemen berada dalam keseimbangan dalam arah  $x$ , maka gaya geser total  $\tau ac$  di muka atas harus diimbangi oleh gaya geser yang sama besar tetapi berlawanan arah di muka bawah. Karena luas muka atas dan bawah sama, maka tegangan geser di kedua muka tersebut sama.



**Gambar 2.4** Elemen kecil dari bahan yang mengalami tegangan dan regangan geser

Gaya  $\tau_{ac}$  yang bekerja di muka atas dan bawah (Gambar 2.4a) membentuk kopel dengan momen terhadap sumbu  $z$  sebesar  $\tau_{abc}$  searah jarum jam dalam gambar tersebut.\* Kesetimbangan elemen tersebut mengharuskan bahwa momen ini diimbangi oleh momen yang sama tetapi berlawanan arah yang berasal dari tegangan geser yang bekerja di muka samping elemen. Dengan menuliskan tegangan geser di muka samping sebagai  $\tau_{1'}$  kita lihat bahwa gaya-gaya geser vertikal sama dengan  $\tau_{1bc}$ . Gaya-gaya ini membentuk kopel yang berlawanan arah dengan momen  $\tau_{abc}$ . Dari kesetimbangan momen terhadap sumbu  $z$ , kita lihat bahwa  $\tau_{abc}$  sama dengan  $\tau_{1bc}$  atau  $\tau_{1'} = \tau$ . Dengan

demikian, besar tegangan geser pada keempat muka elemen tersebut sama, seperti terlihat dalam Gambar 2.4a.

**Ringkasnya, kita sampai pada observasi umum berikut:**

- a) Tegangan geser pada muka yang berhadapan (dan sejajar) dari suatu elemen sama besar dan berlawanan arah.
- b) Tegangan geser di muka yang bersebelahan (dan tegak lurus) dari suatu elemen sama besar dan mempunyai arah sedemikian hingga tegangan-tegangan tersebut saling menuju atau saling menjauhi garis perpotongan kedua muka tersebut.

Observasi ini diperoleh untuk elemen yang hanya mengalami tegangan geser (tanpa tegangan normal), seperti terlihat dalam Gambar 2.4a. Keadaan tegangan seperti ini disebut geser murni dan dibahas lebih rinci pada Subbab 3.5. Tetapi, untuk hampir semua tujuan, kesimpulan terdahulu masih berlaku, meskipun tegangan normal bekerja di masing-masing muka elemen. Alasannya adalah karena tegangan normal di muka yang berhadapan pada elemen kecil biasanya sama besar dan berlawanan arah; jadi tidak mengubah persamaan keseimbangan yang digunakan untuk menghasilkan kesimpulan sebelumnya.

**B. Regangan Geser**

Tegangan geser yang bekerja pada suatu elemen bahan (Gambar 2.4a) disertai regangan geser. Sebagai bantuan untuk memvisualisasikan regangan ini, kita perhatikan bahwa tegangan geser tidak mempunyai kecenderungan untuk memperpanjang atau memperpendek elemen dalam arah  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  dengan perkataan lain, panjang sisi elemen tidak berubah. Gantinya, tegangan geser menyebabkan perubahan bentuk elemen (Gambar 2.4b). Elemen semula, yang berupa paralelepipedum persegi panjang, berdeformasi menjadi paralelepipedum miring, dan muka depan dan belakang menjadi rhomboids.\*"

Karena deformasi ini, maka sudut antara muka samping berubah. Sebagai contoh, sudut di titik  $q$  dan  $s$ , yang sebelum deformasi sebesar  $\pi/2$ , akan berkurang sebesar  $\gamma$  menjadi  $\pi/2 - \gamma$  (Gambar 2.4b). Pada saat yang sama, sudut di

titik p dan r bertambah  $B/2 + \gamma$ . Sudut  $\gamma$  merupakan ukuran distorsi, atau perubahan bentuk, dari elemen dan disebut regangan geser. Karena regangan geser merupakan sudut, maka ia dinyatakan dalam derajat atau radian.

### **C. Konvensi Tanda untuk Tegangan dan Regangan Geser**

Sebagai suatu pertolongan dalam menetapkan perjanjian tanda untuk tegangan dan regangan geser, kita membutuhkan skema untuk mengidentifikasi berbagai muka dari elemen tegangan (Gambar 2.4). Dengan demikian, kita akan merujuk pada muka yang berorientasi ke arah positif dari sumbu-sumbu sebagai muka positif dari elemen. Dengan perkataan lain, muka positif mempunyai arah normal ke luar dalam arah positif sumbu koordinat. Muka yang berlawanan dengan ini adalah muka negatif. Jadi, dalam Gambar 2.4a, muka kanan, atas, dan depan adalah masing-masing muka positif x, y, dan z, dan muka-muka lawannya adalah muka x, y, dan z yang negatif. Dengan menggunakan terminologi yang diuraikan dalam paragraph sebelum ini, kita dapat menyatakan perjanjian tanda untuk tegangan geser dengan cara berikut. Tegangan geser yang bekerja pada muka positif dari elemen adalah positif jika ia bekerja dalam arah positif dari salah satu sumbu koordinat dan negatif jika ia bekerja dalam arah negatif dari sumbu. Tegangan geser yang bekerja pada muka negatif dari suatu elemen adalah positif jika ia bekerja dalam arah negatif dari sumbu dan negatif jika ia bekerja dalam arah positif. Jadi, semua tegangan geser yang terlihat dalam Gambar 2.4a adalah positif. Perjanjian tanda untuk regangan geser adalah sebagai berikut. Regangan geser pada suatu elemen adalah positif jika sudut antara dua muka positif ( atau dua muka negatif) berkurang. Regangan akan negatif jika sudut antara dua muka positif ( atau dua muka negatif) bertambah. Jadi, semua regangan geser dalam Gambar 2.4b adalah positif, dan kita lihat bahwa tegangan geser positif disertai oleh regangan geser positif.

### **D. Hukum Hooke untuk Geser**

Besaran bahan untuk geser dapat ditentukan secara eksperimental dari uji geser langsung atau dari uji torsi. Uji torsi dilakukan dengan memuntir tabung

lingkaran berlubang, sehingga menghasilkan keadaan geser murni, sebagaimana akan diuraikan dalam Subbab 3.5. Dari hasil pengujian ini, kita dapat memplot kurva tegangan-regangan untuk geser (yaitu diagram tegangan geser  $\tau$  versus regangan geser  $\gamma$ ). Diagram ini mempunyai bentuk sama dengan diagram uji tarik ( $\sigma$  versus  $\epsilon$ ) untuk bahan yang sama, meskipun besarnya berbeda. Dari kurva tegangan-regangan, kita dapat memperoleh besaran bahan seperti limit proporsional, modulus elastisitas, tegangan luluh, dan tegangan ultimate. Besaran-besaran dalam kondisi geser ini biasanya setengah dari besaran dalam kondisi tarik. Sebagai contoh, tegangan luluh untuk baja struktural yang mengalami geser adalah 0,5 sampai 0,6 kali tegangan luluh dalam kondisi tarik. Untuk banyak bahan, bagian awal dari kurva tegangan-regangan adalah garis lurus yang melalui titik asal, sebagaimana terjadi pada kasus tarik. Untuk daerah elastis linier ini, tegangan geser dan regangan gesernya sebanding sehingga kita mempunyai persamaan berikut untuk hukum Hooke pada kondisi geser:

$$\tau = G\gamma \quad (1-17)$$

yang mana  $G$  adalah modulus elastisitas geser (disebut juga modulus rigiditas). Modulus geser  $G$  mempunyai satuan yang sama dengan modulus tarik,  $E$ , psi atau ksi dalam satuan USCS dan pascal dalam satuan SI.

Untuk baja lunak, harga tipikal  $G$  adalah 11.000 ksi atau 75 GPa; untuk paduan aluminium, harga tipikalnya adalah 4000 ksi atau 28 GPa. Harganya lainnya dicantumkan dalam Tabel H-2, Lampiran H.

Modulus elastisitas untuk kasus tarik dan kasus geser dihubungkan dengan persamaan berikut

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1-18)$$

di mana  $\nu$  adalah rasio Poisson. Hubungan ini, yang diturunkan dalam Subbab 3.6, menunjukkan bahwa  $E$ ,  $G$ , dan  $\nu$  bukanlah besaran-besaran elastis bahan



yang independen. Karena rasio Poisson untuk bahan biasa ada di antara nol dan setengah, kita lihat dari Persamaan (1-18) bahwa  $G$  harus dari sepertiga sampai setengah  $E$ .

Contoh berikut ini mengilustrasikan beberapa analisis tipikal yang melibatkan pengaruh geser. Contoh 1-4 berkenaan dengan tegangan tumpu dan geser di suatu sendi dan baut. Contoh 1-5 berkaitan dengan tegangan geser pada plat berlubang, dan Contoh 1-6 meliputi pencarian tegangan geser dan regangan geser pada landasan elastomeric bearing yang mengalami gaya geser horizontal.

#### ❖ Contoh 1-4

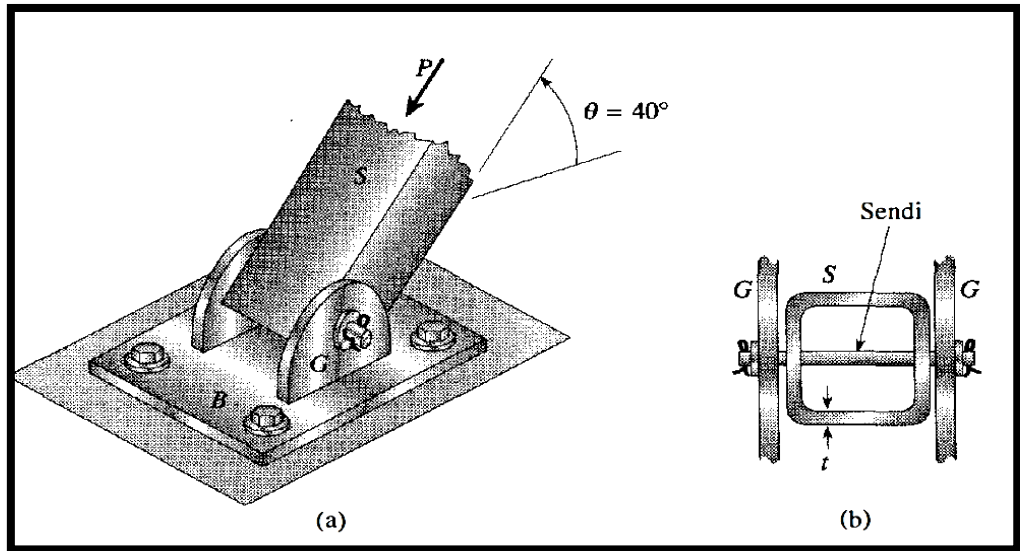
Sebuah batang dari baja yang merupakan pengekang dari sebuah kapal menyalurkan gaya tekan  $P = 54 \text{ kN}$  ke dek dari sebuah tiang (lihat Gambar 2.5a). Batang tekan ini mempunyai penampang bujur sangkar berlubang dengan tebal dinding  $t = 12 \text{ mm}$  (Gambar 2.5b), dan sudut  $\Theta$  antara batang dan horizontal adalah  $40^\circ$ . Sebuah sendi yang menembus batang tersebut menyalurkan gaya dari batang tekan kedua plat buhul  $G$  yang dilas ke plat landasan  $B$ . Empat baut angkur menghubungkan plat landasan ke dek. Diameter sendi adalah  $d_{\text{pin}} = 18 \text{ mm}$ , tebal plat buhul adalah  $t_G = 15 \text{ mm}$ , tebal plat landasan adalah  $t_B = 8 \text{ mm}$ , dan diameter baut angkur adalah  $d_{\text{bolt}} = 12 \text{ mm}$ . Tentukan tegangan-tegangan berikut: (a) tegangan tumpu antara batang tekan dengan sendi, (b) tegangan geser di sendi, (c) tegangan tumpu antara sendi dan plat buhul, (d) tegangan tumpu antara baut angkur dan plat landasan, dan (e) tegangan geser di baut angkur. (Abaikan gesekan antara plat landasan dan dek.)

#### ❖ Solusi

- (a) Tegangan tumpu antara batang tekan dan sendi. Harga rata-rata tegangan tumpu antara batang tekan dan sendi dapat dihitung dengan membagi gaya di batang tekan dengan luas tumpu antara batang tekan dan sendi. Luas tersebut sama dengan dua kali tebal batang tekan (karena tumpu terjadi di dua lokasi) dikalikan diameter sendi (lihat Gambar 2.5b). Jadi, tegangan tumpu adalah.

$$\sigma_{bl} = \frac{P}{2td_{pin}} = \frac{54 \text{ kN}}{2(12 \text{ mm})(18 \text{ mm})} = 125 \text{ MPa} \quad \blackleftarrow$$

Tegangan ini tidak berlebihan untuk sebuah batang tekan yang terbuat dari baja karena tegangan luluhnya mungkin lebih besar daripada 200 MPa (lihat Tabel H-3, Lampiran H).



**Gambar 2.5** Contoh 1 -4. (a) Hubungan sendi antara tekan S dan plat landasan B. (b) Potongan melintang yang melalui batang tekan S.

- (b) Tegangan geser di sendi. Sebagaimana terlihat dalam Gambar 2.5b, sendi tersebut cenderung tergeser di dua bidang. yaitu bidang antara batang tekan dan plat buhul. Dengan demikian, tegangan geser rata-rata di sendi (yang mengalami geser ganda) sama dengan beban total yang diterapkan ke sendi dibagi dengan dua kali luas penampang:

$$\tau_{pin} = \frac{P}{2\pi d_{pin}^2 / 4} = \frac{54 \text{ kN}}{2\pi(18 \text{ mm})^2 / 4} = 106 \text{ MPa} \quad \blackleftarrow$$

Sendi biasanya terbuat dari baja berkekuatan tinggi (tegangan luluhnya lebih besar daripada 340 MPa) dan dapat dengan mudah menahan tegangan geser sebesar ini (tegangan luluh karena geser biasanya tidak kurang dari 50% tegangan luluh karena tarik).

- (c) Tegangan tumpu antara sendi dan plat buhul. Sendi menumpu ke plat buhul di dua lokasi, sehingga luas tumpunya dua kali tebal plat buhul dikalikan diameter sendi; jadi,

$$\sigma_{b2} = \frac{P}{2t_G d_{pin}} = \frac{54 \text{ kN}}{2(15 \text{ mm})(18 \text{ mm})} = 100 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

yang lebih kecil daripada tegangan tumpu batang tekan.

- (d) Tegangan tumpu antara baut angkur dan plat landasan. Komponen vertikal gaya P (lihat Gambar 2.5a) disalurkan ke tiang dengan adanya tumpu langsung antara plat landasan dan tiang. Namun, komponen horizontalnya disalurkan melalui baut angkur. Tegangan tumpu rata-rata antara plat landasan dan baut angkur sama dengan komponen horizontal dari gaya P dibagi dengan luas tumpu empat baut. Luas tumpu untuk satu baut sama dengan tebal plat dikalikan diameter baut. Dengan demikian, tegangan tumpunya adalah

$$\sigma_{b3} = \frac{P \cos 40^\circ}{4t_B d_{bolt}} = \frac{(54 \text{ kN})(\cos 40^\circ)}{4(8 \text{ mm})(12 \text{ mm})} = 108 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

- (e) Tegangan geser di baut angkur. Tegangan geser rata-rata di baut angkur sama dengan komponen horizontal dari gaya P dibagi dengan luas penampang total empat baut (perhatikan bahwa setiap baut mengalami geser tunggal). Jadi,

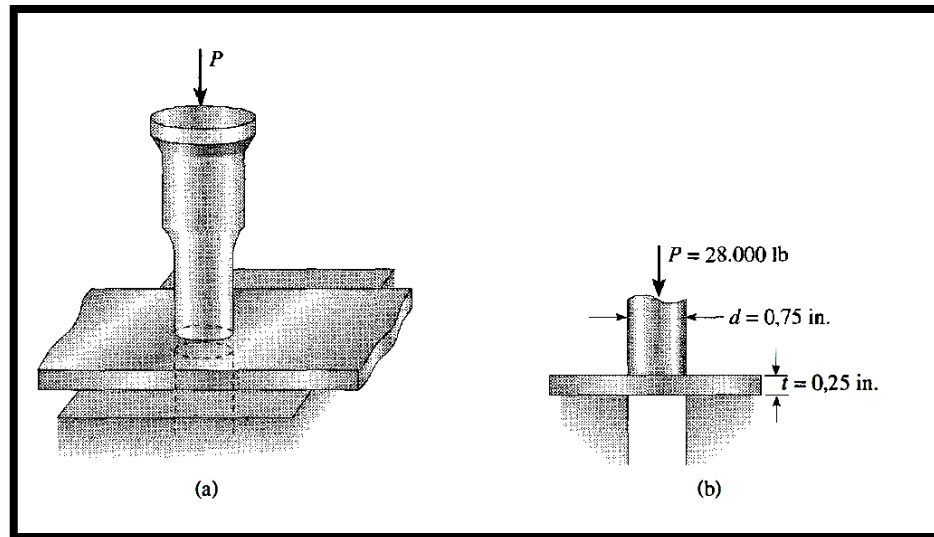
$$\tau_{bolt} = \frac{P \cos 40^\circ}{4\pi d_{bolt}^2 / 4} = \frac{(54 \text{ kN})(\cos 40^\circ)}{4\pi(12 \text{ mm})^2 / 4} = 119 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

Gesekan antara plat landasan dan tiang dapat saja mengurangi beban yang bekerja di baut angkur.

### ❖ Contoh 1 -5

Sebuah pelubang (pembuat lubang) pada plat baja terlihat dalam Gambar 2.6a. Asumsikan bahwa pelubang yang diameternya 0,75 in itu digunakan untuk melubangi plat yang tebalnya 1/4 in, seperti terlihat dalam Gambar 1 -30b. Jika

gaya  $P = 28.000 \text{ lb}$  dibutuhkan untuk itu, berapakah tegangan geser rata-rata di



plat tersebut dan tegangan tekan rata-rata di pelubang?

**Gambar 2.6** Contoh 1-5 membuat lubang pada plat baja

### ❖ Solusi

Tegangan geser rata-rata di plat dihitung dengan membagi gaya  $P$  dengan luas geser plat. Luas geser  $A_s$ , sama dengan keliling lubang dikalikan tebal plat, atau

$$A_s = \pi dt = \pi(0,75 \text{ in.})(0,25 \text{ in.}) = 0,5890 \text{ in.}^2$$

di mana  $d$  adalah diameter pelubang, dan  $t$  adalah tebal plat. Dengan demikian, tegangan geser rata-rata di plat adalah

$$\tau_{\text{rata-rata}} = \frac{P}{A_s} = \frac{28.000 \text{ lb}}{0,5890 \text{ in.}^2} = 47.500 \text{ psi} \quad \leftarrow$$

Tegangan tekan rata-rata di pelubang adalah

$$\sigma_c = \frac{P}{A_{\text{punch}}} = \frac{P}{\pi d^2 / 4} = \frac{28.000 \text{ lb}}{\pi(0,75 \text{ in.})^2 / 4} = 63.400 \text{ psi} \quad \leftarrow$$

di mana  $A_{\text{punch}}$  adalah luas penampang pelubang.

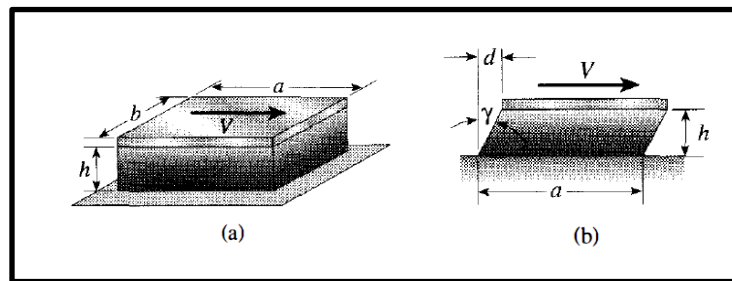
Catatan. Analisis ini sangat diidealisasi karena kita mengabaikan efek kejut yang terjadi apabila suatu pelubang menembus plat. (Peninjauan efek ini membutuhkan metode analisis lanjut di luar ruang lingkup mekanika bahan.)

❖ **Contoh 1 -6**

Sebuah bantalan yang biasa digunakan untuk memikul mesin dan gelagar jembatan terdiri atas bahan yang bersifat elastis linier (biasanya elastomer, seperti karet) yang dilapisi oleh plat baja (Gambar 2.7a). Asumsikan bahwa tebal elastomer adalah  $h$ , dimensi plat adalah  $a \times b$ , dan bantalan ini mengalami gaya geser horizontal  $V$ .

Turunkanlah rumus tegangan geser rata-rata  $\tau_{\text{rata-rata}}$  di elastomer dan peralihan horizontal  $d$  di plat (Gambar 2.7b).

❖ **Solusi**



**Gambar 2.7** Contoh 1-6 Bantalan yang mengalami geser

Asumsikan bahwa tegangan geser di elastomer terbagi rata di seluruh volume. Dengan demikian, tegangan geser di setiap bidang horizontal yang melalui elastomer sama dengan gaya geser  $V$  dibagi dengan luas bidang (Gambar 2.7 a):

$$\tau_{\text{rata-rata}} = \frac{V}{ab} \quad (1-19) \quad \leftarrow$$

$$\gamma = \frac{\tau_{\text{rata-rata}}}{G_e} = \frac{V}{abG_e} \quad (1-20)$$

Tegangan gesernya (dari hukum Hooke untuk geser) adalah di mana  $G_e$ , adalah momen bahan elastomerik. Akhimya, peralihan horizontal  $d$  sama dengan  $h \tan$  (dari Gambar 1 -3 lb):

$$d = h \tan \gamma = h \tan \left( \frac{V}{abG_e} \right) \quad (1-21) \quad \leftarrow$$

Di dalam praktek, umumnya regangan geser ( adalah sudut yang kecil sehingga  $\tan \gamma$  dapat diganti dengan  $\gamma$ ,

$$d = h\gamma = \frac{hV}{abG_e} \quad (1-22) \quad \leftarrow$$

Persamaan ( 1 -2 1 ) dan ( 1-22) memberikan hasil pendekatan untuk peralihan horizontal plat karena keduanya berdasarkan asumsi bahwa tegangan dan regangan geser konstan di seluruh volume bahan elastomerik. Pada kenyataannya, tegangan geser adalah nol di tepi-tepi bahan (karena tidak ada tegangan geser di muka vertikal yang bebas), sehingga deformasi bahan akan lebih rumit daripada yang terlihat dalam Gambar 1-3 1 b. Sekalipun demikian, jika panjang  $a$  dari plat cukup besar dibandingkan dengan tebal  $h$  dari elastomer, maka hasil di atas sudah memadai untuk tujuan desain.

## 2.2 TEGANGAN IZIN DAN BEBAN IZIN

Rekayasa dapat dengan bebas didefinisikan sebagai penerapan ilmu untuk tujuan umum dalam hidup. Untuk memenuhi misi tersebut, insinyur mendesain sangat banyak obyek untuk melayani kebutuhan masyarakat. Kebutuhan ini meliputi perumahan, pertanian, transportasi, komunikasi, dan berbagai aspek kehidupan modern lain. Faktor-faktor yang perlu ditinjau dalam desain meliputi kegunaan, kekuatan, tampilan, ekonomi, dan proteksi lingkungan. Dalam mempelajari mekanika bahan, desain utama yang diperhatikan adalah kekuatan, yaitu kapasitas obyek untuk memikul atau menyalurkan beban. Obyek yang harus menahan beban meliputi bangunan, mesin, containers, truk, pesawat terbang, kapal, dan sebagainya. Untuk mudahnya, kita akan merujuk semua obyek tersebut sebagai struktur; jadi, *suatu struktur adalah setiap obyek yang harus memikul atau menyalurkan beban.*

Jika kegagalan struktural harus dihindari, maka beban yang dapat dipikul suatu struktur harus lebih besar daripada beban yang akan dialaminya pada masa pakai. Kemampuan suatu struktur untuk menahan beban disebut kekuatan, jadi

$$\text{Faktor keamanan} = \frac{\text{Kekuatan aktual}}{\text{Kekuatan yang dibutuhkan}} \quad (1-23)$$

kriteria terdahulu dapat ditulis ulang sebagai berikut. *Kekuatan aktual suatu struktur harus melebihi kekuatan yang dibutuhkan*. Rasio kekuatan aktual terhadap kekuatan yang dibutuhkan disebut faktor keamanan  $n$ :

Tentu saja, faktor keamanan harus lebih besar daripada 1,0 jika kegagalan ingin dihindari. Bergantung pada situasinya, digunakan faktor keamanan dengan harga sedikit di atas 1,0 hingga 10.

Penggunaan faktor keamanan di dalam desain bukanlah hal yang sederhana karena baik kekuatan maupun kegagalan mempunyai arti yang beragam. Kekuatan dapat diukur dengan kapasitas pikul beban suatu struktur, atau dapat diukur dengan tegangan di bahan. Kegagalan dapat berarti fraktur dan kolaps lengkap dari suatu struktur atau dapat pula berarti bahwa deformasinya telah sedemikian besar sehingga struktur tersebut tidak dapat lagi berfungsi sebagaimana diharapkan. Jenis kegagalan yang terakhir ini dapat saja terjadi pada beban yang jauh lebih kecil daripada taraf beban yang menyebabkan kolaps aktual.

Penentuan faktor keamanan harus juga memperhitungkan hal-hal seperti: probabilitas kelebihan beban secara tak terduga pada suatu struktur oleh beban yang melebihi beban desain; jenis beban (statik atau dinamik); apakah beban itu diterapkan sekali saja atau berulang; seberapa akurat beban diketahui; kemungkinan kegagalan fatik (lihat Subbab 2.9); ketidaktepatan konstruksi; variabilitas kualitas pekerjaan; variasi besaran bahan; cacat akibat korosi atau pengaruh lingkungan lainnya; ketelitian metode analisis; apakah kegagalan gradual (sehingga ada peringatan terlebih dahulu) atau tiba-tiba (tanpa peringatan), konsekuensi kegagalan (kerusakan kecil atau kerusakan parah) dan tinjauan lainnya. Jika faktor keamanan terlalu kecil, maka kecenderungan gagal akan lebih besar dan struktur tersebut akan tidak dapat diterima; jika faktor tersebut terlalu besar, maka struktur tersebut akan boros bahan dan mungkin juga tidak cocok untuk fungsinya (misalnya, struktur menjadi terlalu berat).

Karena kerumitan dan ketidaktentuan itu, maka faktor keamanan harus ditentukan berdasarkan probabilitas. Faktor keamanan biasanya ditetapkan oleh

kelompok insinyur yang berpengalaman yang menuliskan standar dan spesifikasi yang dapat digunakan oleh perencana dan kadang-kadang ditetapkan sebagai hukum yang berlaku. Ketentuan dalam standar dan spesifikasi ditujukan untuk memberikan taraf keamanan yang masuk akal tanpa adanya biaya yang berlebihan.

Faktor keamanan didefinisikan dan diterapkan dengan berbagai cara. Untuk sebagian besar struktur, bahannya harus berada dalam daerah elastis linier untuk mencegah terjadinya deformasi permanen apabila beban dihilangkan. Pada kondisi ini, faktor keamanan ditetapkan berdasarkan Juluhnya struktur. Luluh mulai terjadi apabila tegangan luluh tercapai di suatu titik sembarang di dalam struktur. Maka, dengan menerapkan factor keamanan terhadap tegangan luluh (atau kekuatan Juluh), kita mendapatkan tegangan izin (atau tegangan kerja) yang tidak boleh dilampaui di manapun di dalam struktur. Jadi,

$$\text{Tegangan izin} = \frac{\text{Tegangan luluh}}{\text{Faktor keamanan}} \quad (1-24)$$

atau, untuk tarik dan geser, masing-masing adalah

$$\sigma_{\text{izin}} = \frac{\sigma_y}{n_1} \quad \text{dan} \quad \tau_{\text{izin}} = \frac{\tau_y}{n_2} \quad (1-25a,b)$$

di mana  $\sigma_y$  dan  $\tau_y$  adalah tegangan luluh dan  $n_1$  dan  $n_2$  adalah factor keamanan. Dalam desain gedung, faktor keamanan tipikal untuk luluh karena tarik adalah 1,67; jadi baja lunak yang mempunyai tegangan luluh 36 ksi mempunyai tegangan izin 21,6 ksi.

Kadang-kadang faktor keamanan diterapkan pada tegangan ultimate, bukannya pada tegangan luluh. Metode ini cocok untuk bahan yang getas, seperti beton dan beberapa jenis plastik, dan untuk bahan yang tegangan luluhnya tidak terdefinisi dengan jelas, seperti kayu dan baja berkekuatan tinggi. Dalam hal ini, tegangan izin tarik dan geser adalah

$$\sigma_{\text{izin}} = \frac{\sigma_u}{n_3} \quad \text{dan} \quad \tau_{\text{izin}} = \frac{\tau_u}{n_4} \quad (1-26a,b)$$

yang mana  $\sigma_u$  dan  $\tau_u$  adalah tegangan ultimate (atau kekuatan ultimate). Faktor keamanan terhadap kekuatan ultimate dari suatu bahan biasanya lebih besar daripada



yang didasarkan atas kekuatan luluh. Untuk baja lunak, faktor keamanan sebesar 1,67 terhadap luluh sebanding dengan faktor keamanan sebesar kira-kira 2,8 terhadap kekuatan ultimate.

Dalam desain pesawat terbang, biasanya digunakan sebutan margin keamanan, bukannya faktor keamanan. Margin keamanan didefinisikan sebagai faktor keamanan dikurangi satu:

$$\text{Margin keamanan} = n - 1 \quad (1-27)$$

Margin keamanan sering dinyatakan dalam persen, di mana harga di atas dikalikan dengan 100. Jadi, suatu struktur yang mempunyai kekuatan ultimate 1,75 kali kekuatan yang dibutuhkan mempunyai faktor keamanan sebesar 1,75 dan margin keamanan sebesar 0,75 (atau 75%). Apabila margin keamanan berkurang menjadi nol atau lebih kecil, maka struktur itu akan (dapat dianggap) gagal

#### **A. Beban izin**

Sesudah tegangan izin ditetapkan untuk struktur dan bahan tertentu, beban izin pada struktur dapat ditetapkan. Hubungan antara beban izin dan tegangan izin bergantung pada jenis struktur. Dalam bab ini kita hanya memperhatikan jenis-jenis struktur yang mendasar saja, yaitu batang yang mengalami tarik atau tekan, dan sendi (atau baut) yang mengalami geser langsung dan tumpu. Pada struktur-struktur tersebut tegangan mempunyai distribusi yang terbagi rata (atau paling tidak dapat diasumsikan terbagi rata) pada suatu area. Sebagai contoh, dalam hal suatu batang yang mengalami tarik, tegangannya mempunyai distribusi terbagi rata di potongan melintang asalkan gaya aksial resultannya bekerja melalui pusat berat penampang. Hal yang sama juga berlaku untuk tekan asalkan batangnya tidak mengalami tekuk. Dalam hal sendi yang mengalami geser, kita hanya meninjau tegangan geser rata-rata di potongan melintang, yang ekuivalen dengan mengasumsikan bahwa tegangan geser mempunyai distribusi terbagi rata. Dengan cara yang sama, kita hanya meninjau harga rata-rata untuk tegangan tumpu yang bekerja di luas proyeksi dari sendi.

Dengan demikian, dalam keempat kasus di atas, beban izin (juga disebut beban yang diperbolehkan atau beban aman) sama dengan tegangan izin dikalikan dengan luas di mana beban tersebut bekerja:

$$\text{Beban izin} = (\text{Tegangan izin}) (\text{Luas}) \quad (1-28)$$

Untuk batang yang mengalami tarik dan tekan langsung (tidak ada tekuk), persamaan di atas menjadi

$$P_{\text{izin}} = \sigma_{\text{izin}} A \quad (1-29)$$

di mana  $\sigma_{\text{izin}}$  adalah tegangan normal izin dan  $A$  adalah luas penampang batang. Jika batang tersebut mempunyai lubang, maka luas neto biasanya digunakan apabila batang tersebut mengalami tarik. Luas neto adalah luas penampang bruto dikurangi luas yang hilang karena adanya lubang. Untuk tekan, luas bruto dapat digunakan jika lubang tersebut terisi oleh baut atau sendi yang dapat menyalurkan tegangan tekan.

Untuk sendi yang mengalami geser langsung, Persamaan (1-28)

Menjadi

$$P_{\text{izin}} = \tau_{\text{izin}} A \quad (1-30)$$

di mana  $\tau_{\text{izin}}$  adalah tegangan geser izin dan  $A$  adalah luas di mana tegangan geser bekerja. Jika sendi tersebut mengalami geser tunggal, maka luasnya adalah luas potongan melintang sendi, dan untuk geser ganda, maka luasnya adalah dua kali luas potongan melintang sendi.

Akhirnya, beban izin untuk tumpu adalah

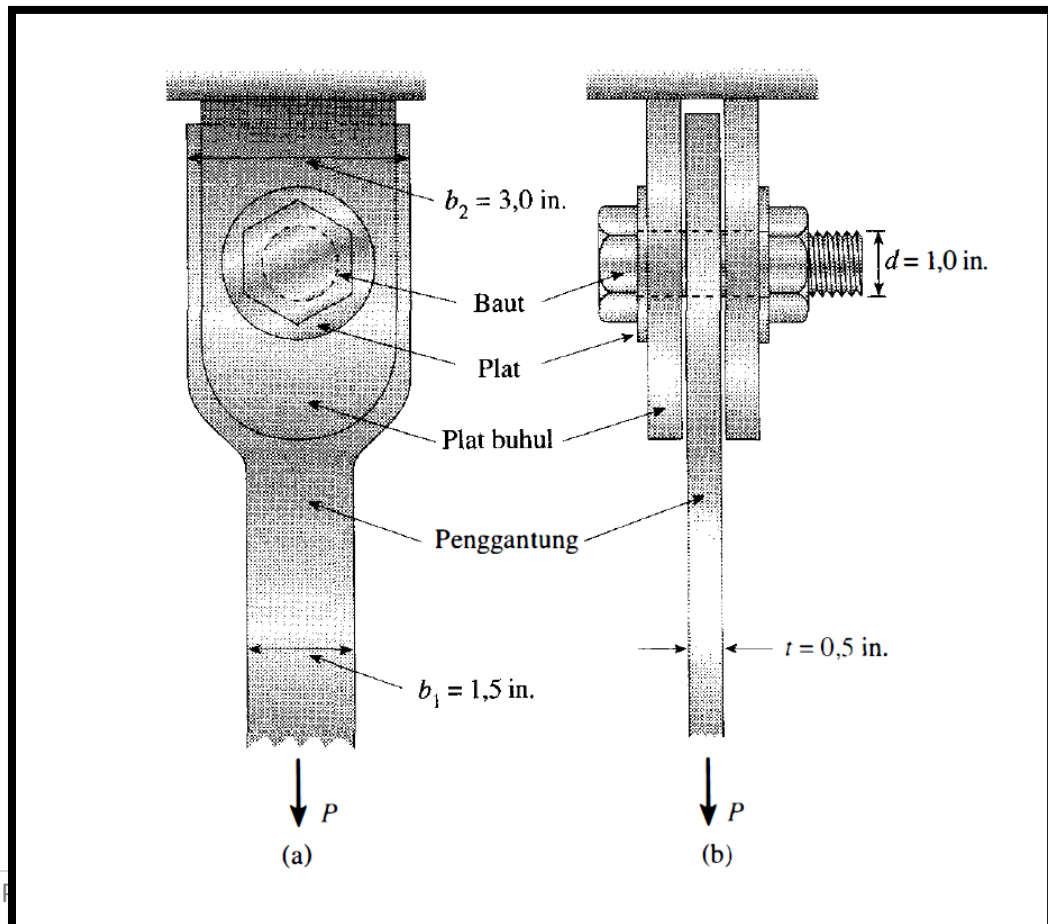
$$P_{\text{izin}} = \sigma_b A_b \quad (1-31)$$

di mana  $\sigma_b$  adalah tegangan tumpu izin dan  $A_b$  adalah luas proyeksi dari sendi atau permukaan lain di mana tegangan tumpu tersebut bekerja. Contoh berikut ini mengilustrasikan bagaimana beban izin ditentukan jika tegangan izin untuk bahan diketahui.

#### ❖ Contoh 1 -7

Sebuah batang baja yang berfungsi sebagai penggantung dan memikul mesin berat di suatu gedung pabrik terpasang pada suatu tumpuan dengan sambungan yang menggunakan baut seperti terlihat dalam Gambar 1 -32. Bagian utama dari penggantung ini mempunyai penampang persegi panjang dengan lebar  $b_1 = 1,5$  in. dan tebal  $t = 0,5$  in. Di sambungannya, penggantung ini diperbesar hingga lebarnya menjadi  $b_2 = 3,0$  in. Baut, yang menyalurkan beban dari penggantung kedua plat buhul, mempunyai diameter  $d = 1,0$  in.

Tentukan harga yang diizinkan untuk beban tarik  $P$  di penggantung yang didasarkan atas tinjauan berikut: (a) Tegangan izin di bagian utama dari penggantung adalah 1 6.000 psi, (b) Tegangan izin di penggantung di potongan melintang yang melalui baut adalah 1 1 .000 psi. (Tegangan izin di potongan tersebut lebih kecil karena adanya konsentrasi tegangan di sekitar baut.) (c) Tegangan tumpu izin di antara penggantung dan baut adalah 26.000 psi. (d) Tegangan geser izin di baut adalah 6.500 psi. (Catatan: Faktor keamanan untuk tarik, tumpu, dan geser telah Solusi



**Gambar 2.8** Contoh 1-7 Penggantung vertical yang mengalami beban tarik P: (a) tampak depan sambungan baut, dan (b) tampak samping sambungan.

❖ **Solusi**

- (a) Beban izin  $P_1$  yang didasarkan atas tegangan di bagian utama penggantung sama dengan tegangan izin tarik dikalikan luas penampang penggantung (Gambar 2.7):

$$P_1 = \sigma_{izin} A = \sigma_{izin} b_1 t = (16.000 \text{ psi})(1,5 \text{ in.} \times 0,5 \text{ in.}) = 12.000 \text{ lb}$$

Beban yang lebih besar daripada ini akan menyebabkan kelebihan tegangan pada penggantung; artinya, tegangan aktual akan melebihi tegangan izin sehingga mengurangi faktor keamanan.

- (b) Di potongan melintang yang melalui baut, kita harus membuat perhitungan yang sama tetapi dengan tegangan izin yang berbeda dan luas yang berbeda pula. Luas penampang neto, yaitu luas yang tersisa dengan adanya lubang di batang tersebut, sama dengan lebar neto dikalikan tebalnya. Lebar neto sama dengan lebar bruto  $b_2$  dikurangi diameter lubang  $d$ . Jadi, persamaan untuk beban izin  $P_2$  di potongan ini adalah

$$\begin{aligned} P_2 &= \sigma_{izin} A = \sigma_{izin} (b_2 - d)t \\ &= (11.000 \text{ psi})(3,0 \text{ in.} - 1,0 \text{ in.})(0,5 \text{ in.}) = 11.000 \text{ lb} \end{aligned}$$

- (c) Luas tumpu antara penggantung dan baut adalah proyeksi dari luas kontak aktual. Luas proyeksi ini sama dengan diameter baut dikalikan dengan tebal penggantung sehingga beban izin yang didasarkan atas tumpu (Persamaan 1-31) adalah

$$P_3 = \sigma_b A = \sigma_b dt = (26.000 \text{ psi})(1,0 \text{ in.})(0,5 \text{ in.}) = 13.000 \text{ lb}$$

- (d) Akhimya, beban izin P4 yang didasarkan atas geser di baut sama dengan tegangan geser izin dikalikan luas geser (Persamaan 1 -30). Luas geser ini sama dengan dua kali luas baut karena baut tersebut mengalami geser ganda, jadi:

$$P_4 = \tau_{izin} A = \tau_{izin} (2)(\pi d^2/4) = (6.500 \text{ psi})(2)(\pi)(1,0 \text{ in.})^2/4 = 10.200 \text{ lb}$$

Dengan membandingkan keempat hasil di atas, kita lihat bahwa harga beban terkecil adalah

$$P_{izin} = 10.200 \text{ lb} \quad \leftarrow$$

Beban ini, yang didasarkan atas geser di baut, merupakan beban tarik izin di penggantung.

### 2.3 DESAIN UNTUK BEBAN AKSIAL DAN GESER LANGSUNG

Di dalam subbab sebelum ini kita membahas penentuan beban izin untuk struktur sederhana dan pada subbab sebelumnya kita telah melihat bagaimana mencari tegangan, regangan, dan deformasi pada batang. Penentuan besaran-besaran ini dikenal dengan analisis. Di dalam konteks mekanika bahan, analisis terdiri atas penentuan respons dari struktur terhadap beban, perubahan temperatur, dan aksi-aksi fisik lainnya. Berdasarkan respons dari suatu struktur, kita menghitung tegangan, regangan, dan deformasi yang diakibatkan oleh beban. Respons juga merujuk ke kapasitas pikul beban dari suatu struktur; beban izin pada suatu struktur merupakan salah satu bentuk dari respons. Suatu struktur tersebut diketahui apabila kita mempunyai deskripsi fisik lengkap suatu struktur, yaitu apabila kita mengetahui semua besaran. Besaran suatu struktur meliputi jenis-jenis elemen struktur dan bagaimana elemen-elemen tersebut tersusun, dimensi semua elemen struktur, jenis tumpuan, di mana letaknya, material yang digunakan, dan besaran bahan. Jadi, dalam menganalisis suatu struktur, besaran diketahui dan respons harus dicari.

Proses sebaliknya disebut desain. Dalam mendesain suatu struktur, kita harus menentukan besaran suatu struktur sedemikian hingga struktur tersebut dapat memikul beban yang ada dan berfungsi sebagaimana diharapkan. Sebagai contoh,

salah satu masalah desain yang umum adalah menentukan ukuran elemen struktur untuk memikul beban yang diketahui. Mendesain suatu struktur biasanya merupakan proses yang jauh lebih panjang dan lebih sulit dibandingkan dengan menganalisisnya—memang, menganalisis suatu struktur, biasanya lebih dari satu kali, pada umumnya merupakan bagian tipikal dari proses desain.

Di dalam subbab ini kita akan membahas desain dalam bentuk yang paling mendasar dengan cara menghitung ukuran yang dibutuhkan untuk elemen tarik dan tekan selain juga untuk baut yang dibebani geser.

Dalam kasus-kasus tersebut proses desain cukup langsung. Dengan mengetahui beban-beban yang harus ditransmisikan dan tegangan izin di bahan, kita dapat menghitung luas elemen yang dibutuhkan dari hubungan umum sebagai berikut (bandingkan dengan Persamaan 1-28):

$$\text{Luas yang dibutuhkan} = \frac{\text{Beban yang ditransmisikan}}{\text{Tegangan izin}} \quad (1-32)$$

Persamaan ini dapat diterapkan pada setiap struktur yang mempunyai tegangan yang terbagi rata pada suatu area. (Penggunaan persamaan ini untuk mencari ukuran suatu batang yang mengalami tarik dan ukuran baut yang mengalami geser diilustrasikan dalam Contoh 1-8.)

Selain tinjauan kekuatan, sebagaimana terlihat dalam Persamaan (1-32), desain suatu struktur juga dapat meliputi kekakuan dan stabilitas. Kekakuan merujuk kepada kemampuan suatu struktur untuk menahan perubahan bentuk menahan perubahan bentuk (misalnya, untuk menahan perpanjangan, lenturan, atau puntiran), dan stabilitas merujuk kepada kemampuan suatu struktur untuk menahan tekuk pada tegangan tekan. Pembatasan pada kekakuan kadang-kadang diperlukan untuk mencegah deformasi berlebihan, seperti defleksi besar pada suatu balok yang dapat mempengaruhi kinerjanya. Tekuk adalah tinjauan utama dalam desain kolom, yang merupakan struktur elemen tekan langsing (Bab 11).

Bagian lain dari proses desain adalah optimisasi, yang merupakan pekerjaan mendesain struktur terbaik agar memenuhi tujuan tertentu, seperti berat minimum. Sebagai contoh, mungkin ada banyak struktur yang dapat memikul beban yang

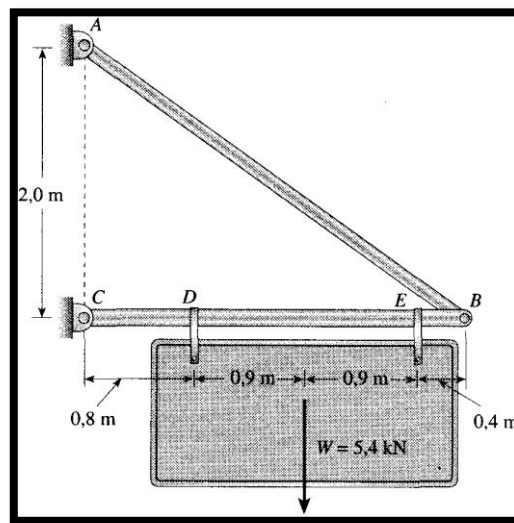
dibreikan, tetapi pada situasi tertentu struktur yang terbaik adalah yang teringan. Tentu saja, tujuan semacam berat minimum biasanya harus seimbang dengan pertimbangan umum, termasuk nilai estetika, ekonomis, lingkungan, politis, dan aspek-aspek teknis dari suatu proyek desain khusus.

Dalam menganalisis atau mendesain suatu stuktur, kita merujuk pada gaya-gaya yang bekerja padanya sebagai beban atau reaksi. Beban adalah gaya aktif yang bekerja pada suatu struktur akibat beberapa sebab eksternal, seperti gravitasi atau tekanan air. Reaksi adalah gaya pasif yang timbul di tumpuan suatu struktur-besar dan arahnya ditentukan oleh struktur itu sendiri. Jadi, reaksi harus dihitung sebagai bagian dari analisis, sedangkan beban sudah diketahui sebelumnya.

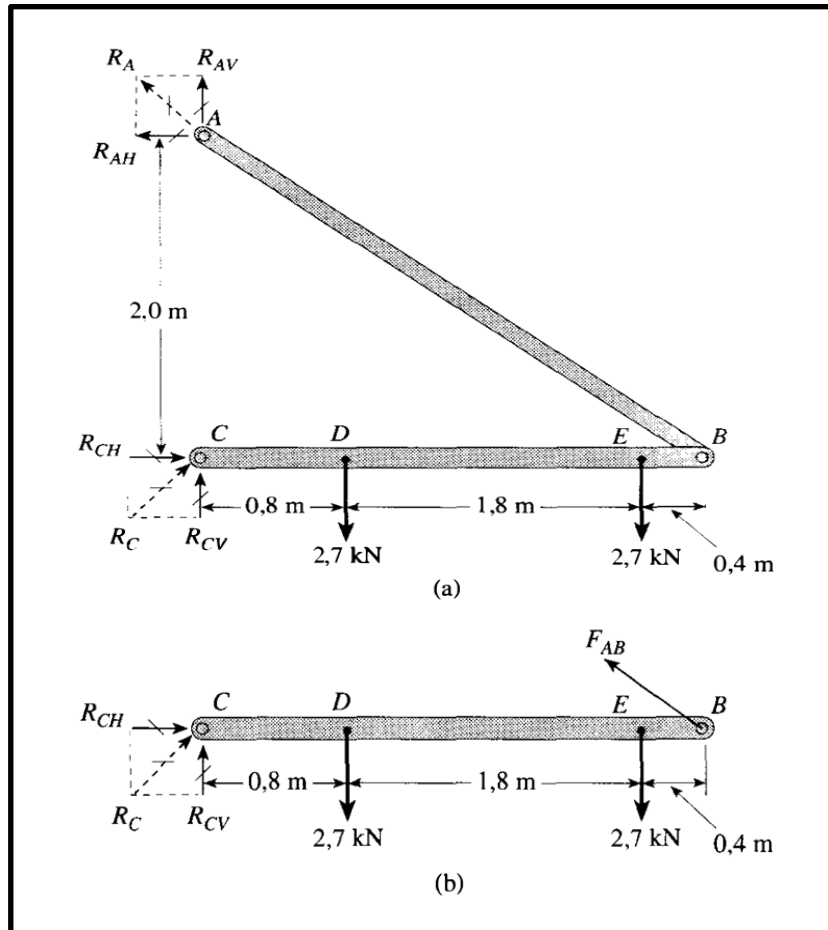
Dalam menggambarkan diagram benda bebas, sebaiknya reaksi dibedakan dengan gaya-gaya lain yang bekerja. Cara umum yang biasa dilakukan adalah dengan menggunakan simbol garis panah yang dicoret untuk gaya reaksi. Konvensi ini dituliskan dalam contoh berikut dan di bagian lain dalam buku ini.

#### ❖ Contoh 1-8

Rangka batang dua batang ABC yang terlihat dalam Gambar 2.8 mempunyai tumpuan sendi di titik A dan C, yang berjarak 2,0 m satu sama lain. Batang AB dan BC adalah batang baja yang dihubungkan oleh sendi di titik B. Panjang batang BC adalah 3.0 m.



**Gambar 2.8** Contoh 1-8. Rangka batang dua batang  $ABC$  yang memikul papan tanda yadn beratnya  $W$



**Gambar 2.9** Diagram benda bebas untuk contoh 1-8

$BC$  adalah  $3,0 \text{ m}$ . Sebuah penampang tanda yang beratnya  $5,4 \text{ Kn}$  digantungkan pada batang  $BC$  di titik  $D$  dan  $E$ , yang masing-masing terletak di  $0,8 \text{ m}$  dan  $0,4 \text{ m}$  dari ujung-ujung batang .

Tentukanlah luas penampang yang dibutuhkan untuk batang  $AB$  dan diameter yang dibutuhkan untuk sendi di titik  $C$  jika tegangan izin tarik dan geser masing-masing adalah  $125 \text{ MPa}$ .(Catatan: sendi di tumpuan mengalami geser ganda. Juga, abaikan berat batang  $AB$  dan  $BC$ ). mengalami geser ganda. Juga, abaikan berat batang  $AB$  dan  $BC$ .)



❖ **Solusi :**

Reaksi, gaya-gaya di batang, dan gaya geser di sendi. Gaya tarik  $F_{AB}$  di batang AB dan gaya  $V_C$  yang bekerja di sendi di C dapat diperoleh dari kesetimbangan. Kita mulai dengan diagram benda bebas seluruh rangka batang (Gambar 2.9a). Pada diagram tersebut kita lihat semua gaya di rangka batang tersebut, yaitu beban-beban dari berat papan tanda dan gaya reaksi yang diberikan oleh tumpuan sendi di A dan C. Setiap reaksi ditunjukkan dengan komponen horizontal dan vertikal, dengan reaksi resultan ditunjukkan dengan garis putus. (Perhatikan penggunaan tanda panah yang dicoret untuk membedakan reaksi dan beban.)

Komponen horizontal  $R_{AH}$  dari reaksi di tumpuan A diperoleh dengan menjumlahkan momen terhadap titik C sebagai berikut (momen berlawanan jarum jam diberi tanda positif):

$$\sum M_B = 0 \quad R_{AH} (2,0 \text{ m}) - (2,7 \text{ kN}) (0,8 \text{ m}) - (2,7 \text{ kN}) (2,6 \text{ m}) = 0$$

Dengan memecahkan persamaan ini kita peroleh

$$R_{AH} = 4,590 \text{ Kn}$$

Berikutnya, kita jumlahkan gaya-gaya dalam arah horizontal dan memperoleh

$$\sum F_{\text{horiz}} = 0 \quad R_{CH} = R_{AH} = 4,590 \text{ kN}$$

Untuk mendapatkan komponen vertikal dari reaksi di tumpuan C, kita perlu diagram benda bebas elemen struktur BC, seperti terlihat dalam Gambar 1-34b. Dengan menjumlahkan momen terhadap joint B kita peroleh komponen reaksi yang dicari:

$$\sum M_C = 0 \quad -R_{CV} (3,0 \text{ m}) + (2,7 \text{ kN}) (2,2 \text{ m}) + (2,7 \text{ kN}) (0,4 \text{ m}) = 0$$

$$R_{CV} = 2,340 \text{ kN}$$

Sekarang kita kembali ke diagram benda bebas keseluruhan rangka batang (Gambar 2.9a) dan menjumlahkan gaya-gaya dalam arah vertikal untuk mendapatkan komponen vertikal  $R_{AV}$  dari reaksi di A. :

$$\sum F_{\text{vert}} = 0 \quad R_{AV} + R_{CV} - 2,7 \text{ kN} - 2,7 \text{ kN} = 0$$

$$R_{CV} = 3,060 \text{ Kn}$$

Dengan diketahuinya komponen vertikal dan horizontal dari reaksi di A, maka kita dapat menghitung reaksi itu sendiri:

$$R_A = \sqrt{(R_{AH})^2 + (R_{AV})^2} = 5,516 \text{ kN}$$

Karena kita akan mengabaikan berat sendiri batang AB, maka gaya reaksi ini sama dengan gaya tarik FA8 pada batang tersebut:

$$F_{AB} = 5,516 \text{ kN}$$

Gaya geser  $V_c$  yang bekerja di sendi di C sama dengan reaksi  $R_C$  (Gambar 2.9a). Gaya ini diperoleh dari komponen  $R_{CH}$  dan  $R_{CV}$  sebagai berikut

$$R_C = \sqrt{(R_{CH})^2 + (R_{CV})^2} = 5,152 \text{ kN}$$

Jadi, kita sekarang telah mendapatkan gaya tarik FA8 di batang AB dan gaya geser  $V_c$  yang bekerja di sendi di C.

Luas yang dibutuhkan. Luas yang dibutuhkan untuk batang AB dihitung dengan membagi gaya tarik dengan tegangan izin, asalkan tegangan dapat dianggap terbagi rata di penampangnya (lihat Persamaan 1 -32):

$$A_{AB} = \frac{F_{AB}}{\sigma_{\text{izin}}} = \frac{5,516 \text{ kN}}{125 \text{ MPa}} = 44,1 \text{ mm}^2$$

Batang AB harus didesain dengan luas penampang melintang sama atau lebih besar daripada  $44,1 \text{ mm}^2$  agar mampu memikul berat papan tanda, yang merupakan satu-satunya beban yang kita tinjau. Sebagai contoh, jika batang ini

berpenampang lingkaran, diameter yang dihitung harus sedikitnya 7,50 mm, sehingga diameter 8 atau 10 mm dapat digunakan. (Di dalam praktek, beban lain selain berat papan perlu ditinjau sebelum mengambil keputusan akhir tentang ukuran batang. Bebanbeban yang mungkin penting meliputi beban angin, beban gempa, berat sendiri orang yang bekerja pada rangka batang atau papan tanda, dan berat rangka batang itu sendiri.

Luas yang dibutuhkan untuk sendi di C (mengalami geser ganda) adalah

$$A_{pin} = \frac{V_C}{2\tau_{izin}} = \frac{5,152 \text{ kN}}{2(45 \text{ MPa})} = 57,2 \text{ mm}^2$$

dan diameter yang dibutuhkan adalah :

$$d_{pin} = \sqrt{4A_{pin}/\pi} = 8,54$$

Sebuah sendi yang diameternya tidak kurang dari ini dibutuhkan untuk memikul berat papan tanda agar tegangan geser izin tidak dilampaui.

Catatan: Dalam contoh ini, kita secara sengaja mengabaikan berat sendiri rangka batang di dalam perhitungan. Sekalipun demikian, setelah ukuran elemen struktur diketahui, maka beratnya dapat dihitung dan dimasukkan ke dalam diagram benda bebas dalam Gambar 2.9. Untuk mencari reaksi, berat tersebut dapat dipandang sebagai beban terpusat yang bekerja di titik tengah setiap batang, meskipun kita ketahui bahwa berat terdistribusi di sepanjang sumbu suatu batang.

Apabila berat batang dimasukkan, maka desain batang AB menjadi lebih rumit karena batang ini bukan lagi merupakan batang yang mengalami tarik sederhana, melainkan balok yang mengalami kombinasi lentur dan tarik. Situasi yang sama juga terjadi pada batang BC. Pada batang BC, bukan hanya berat sendiri batang, melainkan juga berat sendiri papan tanda menyebabkan batang tersebut mengalami kombinasi lentur dan tekan. Desain elemen struktur semacam ini ditunda hingga kita mempelajari tegangan-tegangan yang terjadi pada balok (Bab 5).

**BAB III**  
**ELEMEN STRUKTUR YANG DIBEKANI SECARA AKSIAL**

<b>Mata Kuliah</b>	<b>Topik</b>	<b>Tujuan Pembelajaran</b>
<b>Mekanika Kekuatan Material I ( HMKK319 )</b>	1. Pengantar 2. Perubahan Pajang pada Elemen Struktur yang DibeKani Secara Aksial 3. Perubahan Panjang Batang yang Tidak Seragam	1. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menghitung Perubahan Panjang pada Elemen Struktur yang DibeKani Secara Aksial 2. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Perubhana Panjang Batang yang Tidak Seragam

**3.1 PENGANTAR**

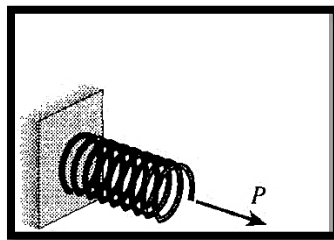
Komponen struktur yang hanya mengalami tarik atau tekan dikenal sebagai elemen struktur yang dibebani secara aksial. Batang solid dengan sumbu longitudinal lurus adalah jenis yang paling urut digunakan namun kabel dan pegas koil juga dapat memikul beban aksial. Cc ltoh batang yang dibebani secara aksial adalah elemen pada ran mg, batang penghubung pada mesin, jeruji pada roda sepeda, kolom di gedung, dan batang tekan di penopang mesin pesawat terbang. Perilaku tegangan-regangan di elemen seperti ini telah dibahas pada Bab 1, di mana kitajuga telah mendapatkan persamaan untuk tegangan yang bekerja pada penampang ( $e = PIA$ ) dan regangan di arah longitudinal ( $E = 0L$ ).

Di dalam bab ini kita tinjau beberapa aspek lain pada elemen struktur yang dibebani secara aksial, dimulai dengan penentuan perubahan panjang yang diakibatkan oleh beban (Subbab 2.2 dan 2.3). Perhitungan perubahan panjang

merupakan bagian yang sangat penting dalam analisis rangka batang statis tak tentu, suatu topik yang diperkenalkan pada Subbab 2.4. Perubahan panjang juga harus dihitung apabila peralihan suatu struktur perlu dikontrol, apakah itu karena alasan estetika atau alasan fungsional. Dalam Subbab 2.5, kita membahas efek temperatur terhadap panjang batang dan konsep tegangan-regangan termal. Tinjauan umum tegangan di batang yang dibebani secara aksial dibahas dalam Subbab 2.6, di mana kita membahas tegangan pada potongan miring (untuk membedakannya dengan potongan melintang) dari suatu batang. Meskipun hanya tegangan normal yang bekerja di suatu potongan melintang (penampang) dari batang yang dibebani secara aksial, pada potongan miring ada tegangan normal dan tegangan geser. Selanjutnya kita membahas beberapa topik penting lain tentang mekanika bahan, yang disebut energi regangan (Subbab 2.7), beban kejut (Subbab 2.8), fatik (Subbab 2.9), konsentrasi tegangan (Subbab 2.10), dan perilaku nonlinier (Subbab 2.11 dan 2.12). Sekalipun masalah-masalah ini dibahas dalam konteks elemen dengan beban aksial, pembahasannya memberikan dasar untuk menerapkan konsep yang sama pada elemen struktural lainnya, seperti batang yang mengalami torsi dan balok yang mengalami lentur.

### **3.2 PERUBAHAN PANJANG PADA ELEMEN STRUKTUR YANG DIBEBANI SECARA AKSIAL**

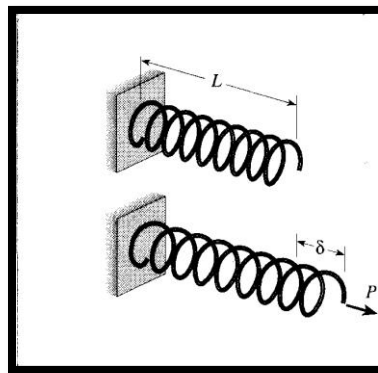
Dalam menentukan perubahan panjang elemen struktur yang dibebani secara aksial, akan lebih mudah kalau dimulai dengan pegas koil (Gambar 3.1). Jenis pegas seperti ini banyak digunakan pada berbagai jenis mesin dan peralatan-misalnya ada beberapa lusin pada sebuah mobil.



**Gambar 3.1** pegas yang mengaami beban aksial  $P$

Apabila beban diterapkan di sepanjang sumbu pegas, seperti terlihat dalam Gambar 3.1, pegas tersebut akan memanjang atau memendek bergantung pada arah beban. Jika beban bekerja menjauhi pegas, maka pegas akan memanjang dan kita katakan bahwa pegas mengalami beban tarik. Jika beban bekerja ke arah pegas, maka pegas akan memendek dan kita katakan bahwa pegas tersebut mengalami tekan. Perlu diingat bahwa dalam terminologi ini, masing-masing koil dari pegas tidak mengalami tarik atau tekan langsung, melainkan mengalami torsi (atau puntir) dan geser langsung. Sekalipun demikian, perpanjangan atau perpendekan menyeluruh suatu pegas analog dengan perilaku batang yang mengalami tarik atau tekan, sehingga terminologi yang sama kita gunakan.

Perpanjangan suatu pegas ditunjukkan dalam Gambar 3.2. di mana bagian atas dari gambar menunjukkan pegas pada saat panjangnya merupakan panjang alami  $L$  (Guga disebut panjang tak bertegangan, panjang rileks, atau panjang bebas), dan bagian bawah dari gambar menunjukkan efek penerapan beban tarik.



**Gambar 3.2** perpanjangan pegas yang dibebani secara aksial

Akibat aksi gaya  $P$ , pegas tersebut memanjang sebesar  $\delta$  dan panjang akhirnya menjadi  $L + \delta$ . Jika bahan dari pegas tersebut elastis linier, maka beban dan perpanjangan akan sebanding:

$$P = k\delta \quad \Rightarrow \delta = \frac{1}{k}P \quad (2.1a,b)$$

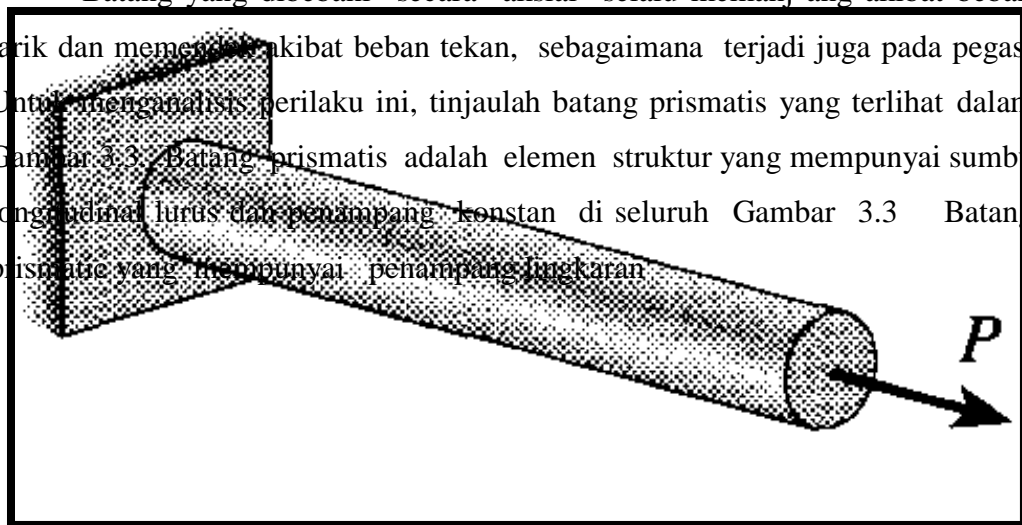
di mana  $k$  dan  $f$  adalah konstanta proporsionalitas. Konstanta  $k$  disebut kekakuan pegas dan didefinisikan sebagai gaya yang menghasilkan perpanjangan satuan, artinya  $k = P/\delta$ . Dengan cara sama, konstanta  $f$  disebut fleksibilitas dan didefinisikan sebagai perpanjangan yang dihasilkan oleh beban sebesar satu, artinya  $f = \delta/P$ . Meskipun dalam pembahasan ini kita menggunakan pegas tersebut untuk tarik, jelaslah bahwa Persamaan (2- 1 a) dan (2- 1 b) juga berlaku pada pegas yang mengalami tekan. Dari pembahasan di atas, jelas bahwa kekakuan dan fleksibilitas pegas merupakan kebalikan satu sama lainnya:

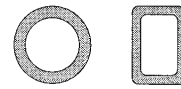
$$k = \frac{1}{f} \quad k = \frac{1}{f} \quad (2.1a,b)$$

Fleksibilitas pegas dapat dengan mudah ditentukan dengan mengukur perpanjangan yang dihasilkan dengan beban yang diketahui, dan kekakuan dapat dihitung dari Persamaan (2-2a). Sebutan lain untuk kekakuan dan fleksibilitas suatu pegas masing-masing adalah konstanta pegas dan kesesuaian pegas. Besaran pegas yang diberikan oleh Persamaan (2- 1 ) dan (2-2) dapat digunakan dalam analisis dan desain berbagai alat mekanis termasuk pegas seperti terlihat dalam Contoh 2- 1 .

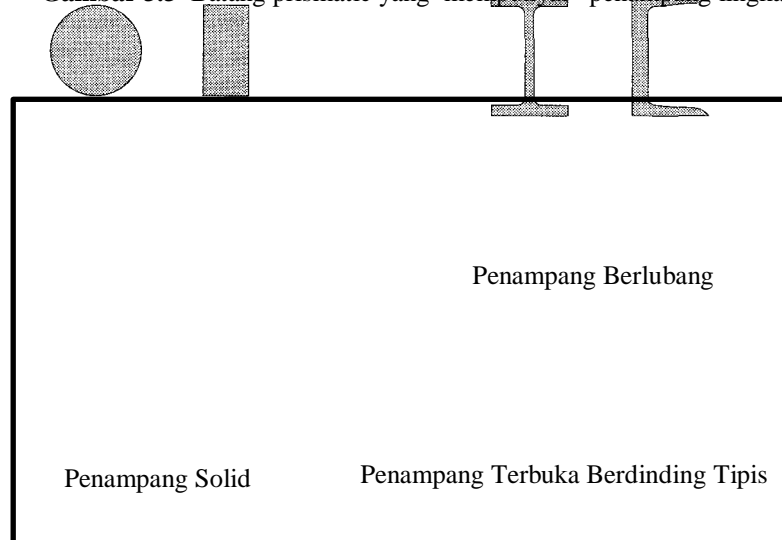
### A. Batang Prismatis

Batang yang dibebani secara aksial selalu memanjang akibat beban tarik dan memendek akibat beban tekan, sebagaimana terjadi juga pada pegas. Untuk menganalisis perilaku ini, tinjaulah batang prismatis yang terlihat dalam Gambar 3.3. Batang prismatis adalah elemen struktur yang mempunyai sumbu longitudinal lurus dan penampang konstan di seluruh Gambar 3.3 Batang prismatis yang mempunyai penampang lingkaran.





**Gambar 3.3** Batang prismatic yang mempunyai penampang lingkaran



**Gambar 3.4** Penampang elemen struktur yang khas

panjangnya. Meskipun kita sering menggunakan batang berpenampang lingkaran di dalam ilustrasi, kita harus ingat bahwa elemen struktur mungkin mempunyai penampang yang bukan lingkaran seperti terlihat dalam Gambar 3.4. Perpanjangan  $\delta$  pada suatu batang prismatis yang mengalami beban tarik  $P$  terlihat dalam Gambar 3.5. Jika beban bekerja melalui pusat berat penampang ujung, maka tegangan normal terbagi rata di penampang yang jauh dari ujung dapat dinyatakan dengan rumus  $\sigma = P/A$ , di mana  $A$  adalah luas penampang. Selain itu, jika batang tersebut terbuat dari bahan yang homogen, maka regangan aksialnya adalah  $\epsilon = \delta/L$ , di mana  $\delta$  adalah perpanjangan dan  $L$  adalah panjang batang. Asumsikan bahwa bahannya elastis linier yang berarti bahwa hukum Hooke berlaku. Selanjutnya, tegangan dan regangan longitudinal dapat dihubungkan dengan persamaan  $\sigma = E\epsilon$ , di mana  $E$  adalah modulus elastisitas. Dengan menggabungkan hubungan-hubungan dasar ini, maka kita dapat menghitung perpanjangan batang:



$$\delta = \frac{PL}{EA} \quad (2.3)$$

Persamaan ini menunjukkan bahwa perpanjangan berbanding langsung dengan beban P dan panjang L dan berbanding terbalik dengan modulus elastisitas E serta luas penampang A. Hasil kali EA dikenal sebagai rigiditas aksial suatu batang.

Meskipun Persamaan (2-3) diturunkan untuk elemen struktur yang mengalami tarik, namun persamaan tersebut berlaku juga untuk elemen struktur yang mengalaminya tekan, di mana  $\delta$  menunjukkan perpendekan batang. Biasanya kita dapat mengetahui dengan cepat apakah suatu elemen struktur menjadi lebih panjang atau lebih pendek; namun, ada kalanya dibutuhkan perjanjian tanda (misalnya, untuk menganalisis batang statis tak tentu). Dalam hal seperti itu, perpanjangan biasanya bertanda positif dan perpendekan bertanda negatif.

Perubahan panjang suatu batang biasanya sangat kecil dibandingkan panjangnya, khususnya jika bahannya berupa metal struktural, misalnya baja atau aluminium. Sebagai contoh, tinjaulah batang tekan aluminium yang panjangnya 75,0 in dan mengalami tegangan tekan 7000 psi. Jika modulus elastisitasnya 10.500 ksi, maka perpendekan batang tekan ini (dari Persamaan 2-3 dengan PIA digantikan dengan  $a$ ) adalah  $\delta = 0,050$  in. Dengan demikian, rasio perubahan panjang terhadap panjang semula adalah 0,05175, atau 1/19, dan panjang akhirnya adalah 0,999 kali panjang semula. Pada kondisi seperti ini, kita dapat menggunakan panjang semula suatu batang (bukan panjang akhir) dalam perhitungan.

Kekakuan dan fleksibilitas suatu batang prismatis didefinisikan dengan cara yang sama seperti pada pegas. Kekakuan adalah gaya yang dibutuhkan untuk menghasilkan perpanjangan satuan, atau  $P/\delta$ , dan fleksibilitas adalah perpanjangan akibat beban satuan, atau  $\delta/P$ . Jadi, dari Persamaan (2-3), kita lihat bahwa kekakuan dan fleksibilitas suatu batang prismatis masing-masing adalah

$$k = \frac{EA}{L} \quad f = \frac{L}{EA}$$

(2.4a,b)

Kekakuan dan fleksibilitas suatu elemen struktural, termasuk yang diberikan dengan Persamaan (2-4a) dan (2-4b), mempunyai peran khusus dalam analisis struktur besar dengan menggunakan metode yang berorientasi komputer.

## **B. Kabel**

Kabel digunakan untuk menyalurkan gaya tarik besar, sebagai contoh, untuk menarik dan mengangkat benda berat, menaikkan elevator, dan memikul jembatan gantung. Tidak seperti pegas dan batang prismatis, kabel tidak dapat menahan tarik. Selain itu, kabel hanya mempunyai sedikit tahanan terhadap lentur sehingga sangat mudah menjadi berbentuk lengkung, bukannya lurus. Sekalipun demikian, kabel biasanya dipandang sebagai elemen struktur yang dibebani secara aksial karena hanya mengalami gaya tarik. Karena gaya tarik di kabel mempunyai arah di sepanjang sumbunya, maka gaya-gayanya dapat bervariasi, baik arah maupun besarnya, bergantung pada konfigurasi kabel dan lokasi potongan yang ditinjau.

Kabel terbuat dari sejumlah besar kawat yang dijalin secara teratur. Ada banyak jalinan kabel yang masing-masing bergantung pada tujuan penggunaannya. Salah satu yang umum terlihat dalam Gambar 2-6, yang dibentuk oleh enam strand yang dijalin secara helikal di sekeliling strand tengah. Setiap strand terdiri atas banyak kawat kecil, yang juga dijalin secara helikal. Karena itulah, kabel sering juga disebut sebagai tali kawat.

Luas penampang kabel sama dengan luas penampang total masing-masing kawat, yang disebut luas efektif atau luas metalik. Luas ini lebih kecil daripada luas lingkaran yang mempunyai diameter yang sama dengan kabel karena ada ruang antara masing-masing kawat. Sebagai contoh, luas penampang aktual (luas efektif) suatu kabel yang berdiameter 1,0 in hanyalah 0,471 in<sup>2</sup>, sedangkan luas lingkaran yang berdiameter 1,0 in. adalah 0,785 in<sup>2</sup>.

Jika dibebani tarik, perpanjangan suatu kabel lebih besar daripada perpanjangan batang solid dari bahan dan luas penampang metalik yang sama karena kawat "menggancang" seperti yang terjadi pada serat pada tali rami. Jadi, modulus elastisitas (disebut modulus efektif) suatu kabel lebih kecil daripada modulus bahan pembentuk kabel. Modulus efektif kabel baja sekitar 20.000 ksi (140 GPa), di mana baja sendiri mempunyai modulus sekitar 30.000 ksi (210 GPa). Dalam menentukan perpanjangan kabel dari Persamaan (2-3), modulus efektif harus digunakan untuk E dan luas efektif harus digunakan untuk A.

Di dalam praktek, dimensi melintang dan besaran kabel lainnya diperoleh dari pabrik kabel yang bersangkutan. Dalam memecahkan soal-soal dalam buku ini (dan jelas bukan untuk aplikasi teknik), dicantumkan.

**Tabel 2-1 Besaran Kabel Baja**

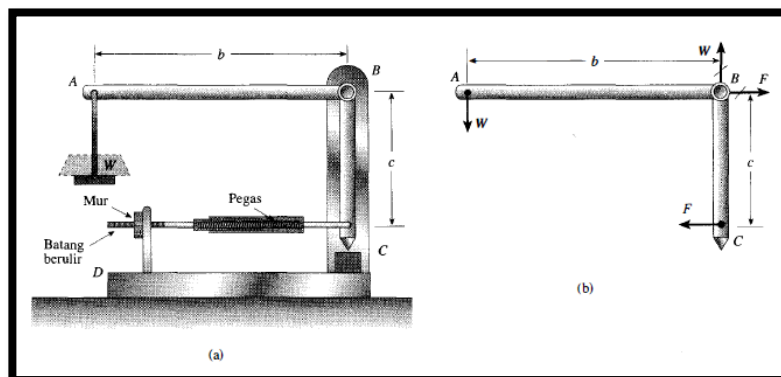
Diameter nominal (in.)	Berat kira-kira (lb/ft)	Luas efektif (in <sup>2</sup> )	Kekuatan Putus (lb)
0,50	0,42	0,119	23.100
0,75	0,95	0,268	51.900
1,00	1,67	0,471	91.300
1,25	2,64	0,745	144.400
1,50	3,83	1,08	209.000
1,75	5,24	1,47	285.000
2,00	6,84	1,92	372.000

Tabel 2- 1 yang memuat besaran suatu jenis kabel. Perhatikan bahwa kolom terakhir dalam tabel tersebut memuat kekuatan putus, atau beban ultimit. Beban izin diperoleh dengan menerapkan suatu faktor keamanan yang mempunyai harga dari 3 sampai 10, bergantung pada bagaimana kabel tersebut akan digunakan. Masing-masing kawat pada kabel biasanya terbuat dari baja yang berkekuatan tinggi, dan tegangan tarik yang dihitung pada beban putus dapat setinggi 20.000 + 0 psi (140 MPa).

Contoh berikut ini menggambarkan cara menganalisis suatu peralatan sederhana yang terdiri atas pegas-pegas dan batang-batang. Solusinya membutuhkan penggunaan diagram benda bebas, persamaan keseimbangan, dan persamaan untuk perubahan panjang. Soal-soal di akhir bab dapat digunakan sebagai contoh tambahan.

❖ **Contoh 2-1**

Sebuah rangka kaku ABC yang berbentuk L terdiri atas batang horizontal AB (panjang  $b = 11,0$  in) dan batang vertikal BC (panjang  $c = 9,5$  in) ditahan di titik B, seperti terlihat dalam Gambar 3.6 a. Titik B tersebut terhubung pada rangka luar BCD yang terletak di atas bangku laboratorium. Posisi penunjuk di C dikontrol oleh sebuah pegas (kekakuan  $k = 4,2$  lb/in.) yang terpasang pada batang berulir. Posisi batang berulir dapat disesuaikan dengan cara memutar mur. Pitch pada uliran (yaitu jarak dari satu ulir ke ulir berikutnya) adalah  $p = 1/16$  in, yang berarti bahwa satu putaran penuh dari mur akan menggerakkan batang sama besarnya. Pada awalnya, mur diputar hingga penunjuk di ujung batang BC tepat berada di atas tanda referensi rangka luar.



**Gambar 3.6** Contoh 2-1. Rangka ABC yang berbentuk L yang bertumpuan di B

Jika suatu benda yang beratnya  $W = 2$  lb diletakkan pada penggantung di A, berapa putaran mur yang dibutuhkan untuk membawa penunjuk kembali ke A, berapa putaran mur yang dibutuhkan untuk membawa penunjuk kembali ke

posisi tanda? (Deformasi bagian-bagian metal dapat diabaikan karena biasanya kecil dibandingkan perubahan panjang pegas.)

❖ **Solusi**

Pemeriksaan alat ini menunjukkan bahwa bobot  $W$  yang bekerja ke bawah akan menyebabkan penunjuk  $C$  bergerak ke kanan. Apabila penunjuk bergerak ke kanan, maka pegas akan memanjang sejauh tertentu yang dapat dihitung dari gaya  $F$  yang bekerja di pegas. Gaya  $F$  dapat dihitung dari diagram benda bebas rangka dalam Gambar 3.6b. Perhatikan bahwa reaksi di titik  $B$  ditunjukkan dengan garis panah yang dicoret (lihat pembahasan tentang reaksi di akhir Subbab 1.8).

Dengan mengambil momen terhadap titik  $B$ ,

$$F = \frac{Wb}{c} \quad (a)$$

Perpanjangan  $\delta$  yang berkaitan dengan gaya tersebut (dari Persamaan 2-1 a) adalah

$$\delta = \frac{F}{k} = \frac{Wb}{ck} \quad (b)$$

Untuk mengembalikan penunjuk ke posisi tanda, kita harus memutar mur agar

batang berulir dapat bergerak ke kiri sedemikian hingga besarnya gerakan sama dengan perpanjangan pegas. Karena setiap satu putaran mur menggerakkan batang

sejauh sama dengan pitch  $p$ , maka gerakan total batang akan sama dengan  $np$ , di mana  $n$  adalah banyaknya putaran. Jadi

$$np = \delta = \frac{Wb}{ck} \quad (c)$$

sehingga kita mendapatkan rumus untuk banyaknya putaran mur:

$$n = \frac{Wb}{ckp} \quad (d) \quad \leftarrow$$

Untuk mendapatkan hasil numerik, kita memasukkan data yang ada ke dalam Persamaan (d), sebagai berikut

$$n = \frac{Wb}{ckp} = \frac{(2 \text{ lb})(11,0 \text{ in.})}{(9,5 \text{ in.})(4,2 \text{ lb/in.})(1/16 \text{ in.})} = 8,8 \text{ putaran} \quad \leftarrow$$

Hasil ini menunjukkan bahwa jika kita memutar mur sampai 8,8 putaran, maka batang berulir akan bergerak ke kiri sejauh sama dengan perpanjangan pegas yang diakibatkan oleh beban 2 lb, sehingga mengembalikan penunjuk ke tand referensi.

### 3.3 PERUBAHAN PANJANG BATANG YANG TIDAK SERAGAM

Apabila suatu batang prismatis dari bahan elastis linier dibebani hanya di ujung-ujungnya, maka kita dapat memperoleh perubahan panjangnya dari persamaan  $\delta = PUEA$ , sebagaimana diterangkan dalam subbab sebelum ini. Di dalam subbab ini kita akan melihat bagaimana persamaan yang sama dapat digunakan untuk situasi yang lebih umum.

Tinjaulah, sebagai contoh, suatu batang prismatis yang dibebani oleh satu atau lebih beban aksial yang bekerja pada titik-titik antara di sepanjang sumbunya (Gambar 3.7a). Kita dapat menentukan perubahan panjang batang ini dengan secara aljabar menjumlahkan perpanjangan dan perpendekan masing-masing segmen. Prosedurnya adalah sebagai berikut: (1) Identifikasikan segmen-segmen batang ini (segmen AB, BC, dan CD) masing-masing sebagai segmen 1, 2, dan 3. (2) Tentukan gaya aksial internal  $N_1$ ,  $N_2$ , dan  $N_3$  di masing-masing segmen dari diagram benda bebas dalam Gambar 3.7b, c, dan d. Perhatikan bahwa gaya aksial internal diberi notasi  $N$  untuk membedakannya dengan beban luar  $P$ . Dengan menjumlahkan gaya-gaya dalam arah vertikal, kita dapat memperoleh ekspresi berikut untuk gaya aksial.

$$N_1 = -P_B + P_C + P_D \quad N_2 = P_C + P_D \quad N_3 = P_D$$

Dalam menulis persamaan di atas, kita menggunakan perjanjian tanda yang telah disebutkan dalam subbab sebelum ini (gaya aksial internal bertanda positif jika tarik,

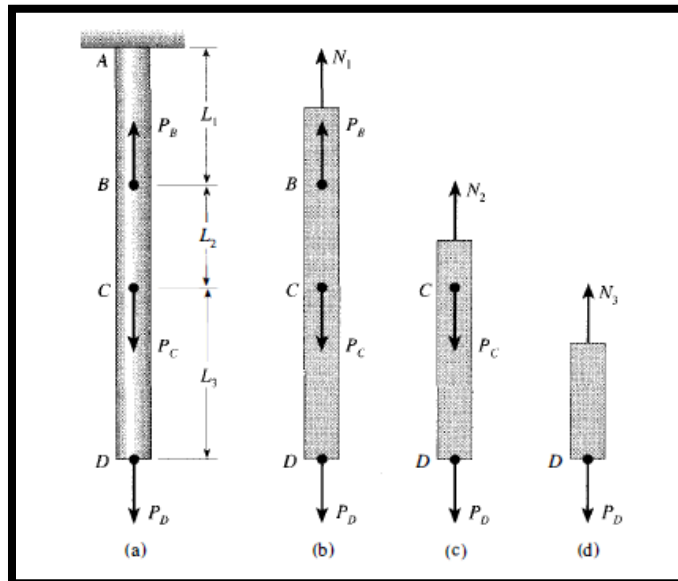
dan negatif jika tekan). (3) Tentukan perubahan panjang masing-masing segmen dari Persamaan (2-3) :

$$\delta_1 = \frac{N_1 L_1}{EA} \quad \delta_2 = \frac{N_2 L_2}{EA} \quad \delta_3 = \frac{N_3 L_3}{EA}$$

di mana  $L_1$ ,  $L_2$ , dan  $L_3$  adalah panjang masing-masing segmen dan  $EA$  adalah rigiditas aksial batang. (4) Jumlahkan  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ , dan  $\delta_3$  untuk mendapatkan perubahan panjang batang secara keseluruhan:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$

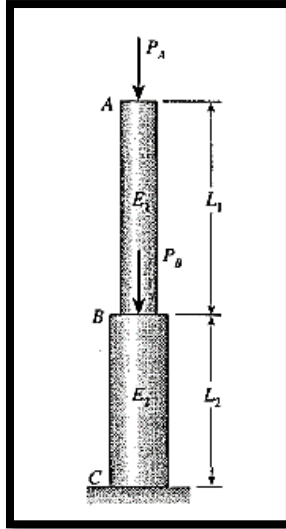
Seperti telah diuraikan, perubahan panjang harus dijumlahkan secara aljabar, dengan perpanjangan bertanda positif dan pemendekan bertanda negatif.



**Gambar 3.7** (a) Batang dengan beban luar yang bekerja di titik-titik antara. (b), (c), dan (d) diagram benda bebas yang menunjukkan gaya aksial internal  $N_1$ ,  $N_2$ , dan  $N_3$

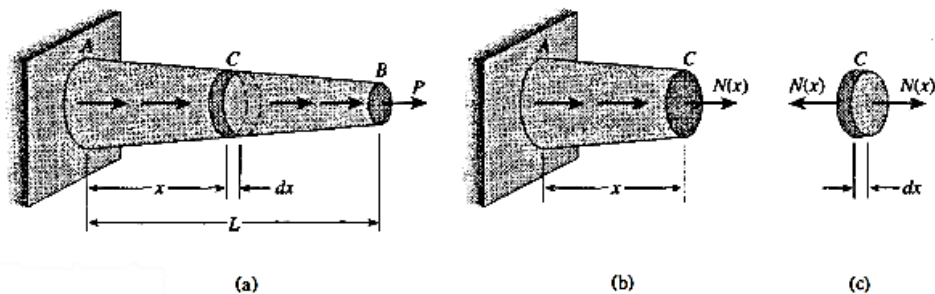
Metode yang sama dapat digunakan jika batang terdiri atas beberapa segmen prismatis, yang masing-masing mempunyai gaya aksial berbeda, dimensi berbeda, dan bahan berbeda (Gambar 3.8). Perubahan panjang dapat diperoleh dari persamaan

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{N_i L_i}{E_i A_i}$$



**Gambar 3.8** Batang yang terdiri atas segmen-segmen prismatis yang mempunyai gaya aksial berbeda, dimensi berbeda, dan bahan berbeda

di mana subskripsi adalah indeks penomoran untuk berbagai segmen batang dan  $n$  adalah banyak total segmen. Ingat bahwa  $N_i$  bukanlah beban eksternal melainkan gaya aksial internal di segmen  $i$ . Kadang-kadang gaya aksial  $N$  dan luas penampang  $A$  bervariasi secara kontinu di sepanjang sumbu batang, seperti digambarkan dengan batang tak prismatis dalam Gambar 2- 1 1 a. Batang ini tidak hanya mempunyai penampang yang bervariasi secara kontinu, melainkan juga mempunyai gaya aksial yang bervariasi secara kontinu (karena bebannya terdistribusi di sepanjang sumbunya). Beban aksial yang terdistribusi dapat ditimbulkan oleh gaya sentrifugal, gaya gesekan, atau oleh berat batang jika posisinya.





**Gambar 3.9** Batang dengan luas penampang yang bervariasi dan gaya aksial yang bervariasi.

vertikal. Pada kondisi-kondisi tersebut kita tidak dapat lagi menggunakan Persamaan (2-5) untuk menghitung perubahan panjang. Sebagai gantinya, kita harus menentukan perubahan panjang elemen diferensial dari batang (Gambar 3.9a) dan mengintegrasikan di seluruh panjang batang.

Kita memilih elemen diferensial pada jarak  $x$  dari ujung kiri batang (Gambar 3.9a). Gaya aksial internal  $N(x)$  yang bekerja di penampang ini (Gambar 3.9b) dapat ditentukan dari keseimbangan dengan menggunakan segmen AC atau segmen CB sebagai benda bebas. Pada umumnya, gaya ini merupakan fungsi dari  $x$ . Juga, dengan mengetahui dimensi batang, kita dapat mengekspresikan luas  $A(x)$  sebagai fungsi dari  $x$ . Perpanjangan  $d\delta$  pada elemen diferensial (Gambar 3.9c) dapat dihitung dari persamaan  $\delta = \int PUEA$  dengan memasukkan  $N(x)$  untuk  $P$ ,  $dx$  untuk  $L$ , dan  $A(x)$  untuk  $A$ , sebagai berikut:

$$d\delta = \frac{N(x)dx}{EA(x)}$$

Perpanjangan batang secara keseluruhan dapat dihitung dengan mengintegrasikan persamaan di seluruh panjang:

$$\delta = \int_0^L d\delta = \int_0^L \frac{N(x)dx}{EA(x)} \quad (2-6)$$

Jika ekspresi untuk  $N(x)$  dan  $A(x)$  tidak begitu rumit, maka integrasi ini dapat dilakukan secara analitis dan rumus untuk  $\delta$  dapat diperoleh, seperti digambarkan dalam Contoh 2-4. Namun, jika integrasi formal sulit atau tidak mungkin, maka metode numerik untuk mengevaluasi integral harus digunakan.

Persamaan (2-5) dan (2-6) hanya berlaku pada batang yang terbuat dari bahan yang elastis linier, seperti terlihat dengan adanya modulus elastisitas  $E$  di dalam rumusnya. Juga, rumus  $\delta = \int PUEA$  diturunkan dengan menggunakan asumsi bahwa distribusi tegangan terbagi rata di setiap penampang (karena distribusi tersebut berdasarkan atas rumus  $\sigma = P/A$ ). Asumsi ini berlaku untuk batang prismatis tetapi tidak berlaku untuk batang yang meruncing sehingga Persamaan (2-6) memberikan

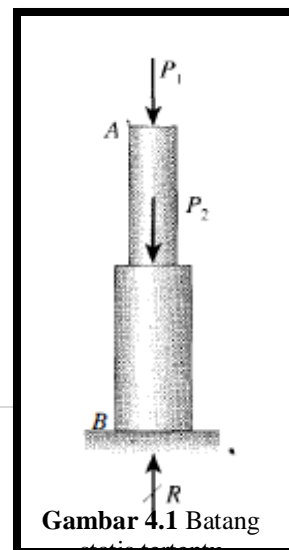
basil yang baik untuk batang yang meruncing hanya jika sudut antara sisi-sisi batang kecil. Sebagai ilustrasi, jika sudut antara sisi-sisi adalah  $20^\circ$ , maka tegangan yang dihitung dari persamaan  $\sigma = P/A$  (pada penampang yang dipilih secara bebas) adalah 3% lebih kecil daripada tegangan eksak di penampang yang sama yang dihitung dengan metode lain yang lebih lanjut. Untuk sudut yang lebih kecil, galat (error) ini lebih kecil. Dengan demikian, kita dapat mengatakan bahwa Persamaan (2-6) cukup memadai jika sudut peruncingan kecil. Jika sudut tersebut besar, maka metode analisis yang lebih akurat dibutuhkan (Ref. 2- 1).

## BAB IV STRUKTUR STATIS TAK TENTU

Mata Kuliah	Topik	Tujuan Pembelajaran
<b>Mekanika Kekuatan Material I ( HMKK319 )</b>	1. Struktur Statis Tak Tentu 2. Efek Thermal	1. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Struktur Statis Tak Tentu 2. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Efek Thermal

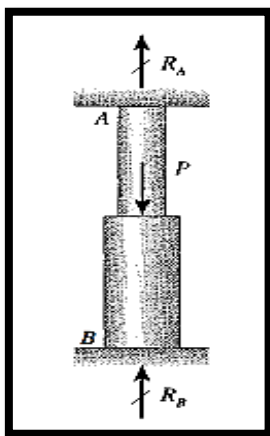
### 4.1 STRUKTUR STATIS TAK TENTU

Pegas, batang, dan kabel yang kita bahas sejauh ini mempunyai kondisi penting yang sama-reaksi dan gaya-gaya internalnya dapat ditentukan cukup dengan menggunakan diagram benda bebas dan



persamaan keseimbangan. Jenis struktur seperti ini disebut statis tertentu. Kita perlu mengingat khususnya bahwa gaya-gaya pada struktur statis tertentu dapat diperoleh tanpa harus mengetahui besaran bahan. Tinjaulah, sebagai contoh, batang AB yang terlihat dalam Gambar 2-14. Perhitungan untuk gaya aksial internal di kedua bagian batang, selain juga untuk reaksi R di dasar, tidak bergantung pada bahan pembentuk batang tersebut.

Kebanyakan struktur lebih rumit daripada batang yang ada pada Gambar 4.1, dan reaksi serta gaya internalnya tidak dapat diperoleh dengan statika saja. Situasi ini digambarkan dalam Gambar 4.2, yang menunjukkan sebuah batang AB yang terjepit di kedua ujung. Sekarang ada dua reaksi vertikal ( $R_A$  dan  $R_B$ ) tetapi hanya satu persamaan keseimbangan yang dapat digunakan, yaitu persamaan yang menjumlahkan gaya-gaya dalam arah vertikal. Karena persamaan ini mengandung dua an!\_, maka persamaan tersebut tidak cukup untuk mencari reaksi. Struktur seperti ini dikelompokkan ke dalam struktur statis tak tentu. Untuk menganalisis struktur seperti ini kita harus melengkapi persamaan keseimbangan dengan persamaan tambahan yang berkaitan dengan peralihan struktur.

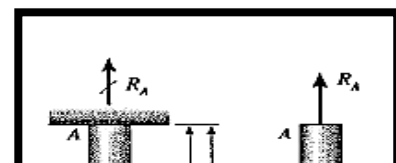


**Gambar 4.2** Batang statis tak tentu

Untuk melihat bagaimana struktur statis tak tentu dianalisis, tinjaulah contoh dalam Gambar 4.3a. Batang prismatis AB terjepit di tumpuan kaku di kedua ujungnya dan secara aksial dibebani P di titik tengah C. Sebagaimana telah diuraikan sebelumnya,  $R_A$  dan  $R_B$  tidak dapat diperoleh dari statika saja karena hanya ada satu persamaan keseimbangan:

$$\sum F_{\text{vert}} = 0 \quad R_A - P + R_B = 0 \quad (a)$$

Persamaan tambahan diperlukan untuk memecahkan kedua reaksi yang belum diketahui tersebut. Persamaan tambahan dimaksud didasarkan atas pengamatan bahwa sebuah batang dengan kedua ujungnya terjepit tidak berubah panjangnya. Jika kita memisahkan batang tersebut dari tumpuannya (Gambar 4.3b), kita dapatkan bahwa batang tersebut bebas di kedua ujungnya dan dibebani. oleh tiga gaya,  $R_A$ ,  $R_B$ , dan P.



Ketiga gaya ini menyebabkan batang tersebut berubah panjang sebesar  $\delta_{AB}$  yang harus sama dengan nol

**Gambar 4.3** Analisis Batang statis tak tentu

$$\delta_{AB} = 0 \quad (b)$$

Persamaan ini, yang disebut persamaan keserasian (kompatibilitas), menunjukkan fakta bahwa perubahan panjang batang harus serasi dengan kondisi tumpuan. Untuk memecahkan Persamaan (a) dan (b), kita harus menyatakan persamaan keserasian dalam gaya yang belum diketahui  $R_A$  dan  $R_B$ . Hubungan antara gaya-gaya yang bekerja di batang dan perubahan panjang dikenal dengan hubungan gaya-peralihan. Hubungan ini mempunyai berbagai bentuk bergantung pada besaran bahan. Jika bahan tersebut bersifat elastis linier, maka persamaan  $\delta = PL/EA$  dapat digunakan untuk memperoleh hubungan gaya-peralihan. Asumsikan bahwa batang dalam Gambar 4.3 mempunyai luas penampang  $A$  dan terbuat dari bahan dengan modulus  $E$ . Selanjutnya, perubahan panjang segmen atas dan bawah batang masing-masing adalah.

$$\delta_{AC} = \frac{R_A a}{EA} \quad \delta_{CB} = -\frac{R_B b}{EA} \quad (c,d)$$

di mana tanda minus menunjukkan perpendekan batang. Hubungan gayaperalihan sekarang digabungkan agar menghasilkan perubahan panjang keseluruhan batang:

$$\delta_{AB} = \delta_{AC} + \delta_{CB} = \frac{R_A a}{EA} - \frac{R_B b}{EA}$$

Jadi, persamaan keserasian (Persamaan b) menjadi

$$\frac{R_A a}{EA} - \frac{R_B b}{EA} = 0 \quad (e)$$

yang mengandung kedua reaksi sebagai anu. Langkah terakhir untuk menganalisis batang statis tak tentu adalah dengan memecahkan secara simultan persamaan keseimbangan (Persamaan a) dan persamaan keserasian (Persamaan e). Hasilnya adalah.

$$R_A = \frac{Pb}{L} \quad R_B = \frac{Pa}{L} \quad (2-8a,b)$$

Dengan diketahuinya reaksi, maka semua gaya dan peralihan dapat ditentukan. Sebagai contoh, misalkan kita ingin mencari peralihan ke bawah De titik C. Peralihan ini sama dengan perpanjangan segmen AC:

$$\delta_C = \delta_{AC} = \frac{R_A a}{EA} = \frac{Pab}{LEA} \quad (2-9)$$

Juga, kita dapat memperoleh tegangan di kedua segmen batang secara langsung dari gaya aksial internal (misalnya  $\sigma_{AC} = R_A/A = Pb/AL$ ).

Sebagai rangkuman, kita lihat dari contoh ini bahwa analisis struktur statis tak tentu meliputi penyusunan dan pemecahan persamaan keseimbangan dan persamaan keserasian. Persamaan keseimbangan menghubungkan beban yang bekerja di struktur dengan gaya-gaya yang belum diketahui (yang mungkin berupa reaksi atau gaya dalam), dan persamaan keserasian menunjukkan kondisi peralihan pada struktur tersebut. Persamaan keserasian dinyatakan dalam gaya-gaya yang belum diketahui dengan mensubstitusikan hubungan gaya-peralihan. Akhirnya, persamaan keseimbangan dan keserasian dipecahkan secara simultan untuk mendapatkan gaya-gaya yang belum diketahui.

Dalam literatur teknik, berbagai sebutan digunakan untuk kondisi yang dinyatakan dengan keseimbangan, keserasian, dan persamaan gayaperalihan. Persamaan keseimbangan juga dikenal dengan persamaan statika atau kinetik;

persamaan keserasian kadang-kadang disebut persamaan geometris, persamaan kinematis, atau persamaan deformasi konsisten; dan hubungan gaya-peralihan sering disebut hubungan konstitutif (karena hubungan ini berkaitan dengan konstitusi, atau besaran fisik bahan).

Untuk struktur yang relatif sederhana yang dibahas dalam bab ini, metode analisis di atas sudah memadai. Tetapi, pendekatan yang lebih formal dibutuhkan untuk struktur yang lebih rumit. Dua metode yang umum digunakan, yaitu metode fleksibilitas dan metode kekakuan, dibahas secara rinci pada berbagai buku tentang analisis struktur (Ref. 2-2). Meskipun metode-metode ini biasanya digunakan untuk struktur rumit dan besar yang membutuhkan solusi ratusan atau bahkan kadang-kadang ribuan persamaan simultan, metode-metode tersebut masih didasarkan atas konsep-konsep yang diuraikan di atas, yaitu persamaan keseimbangan, persamaan keserasian, dan hubungan gaya-peralihan.

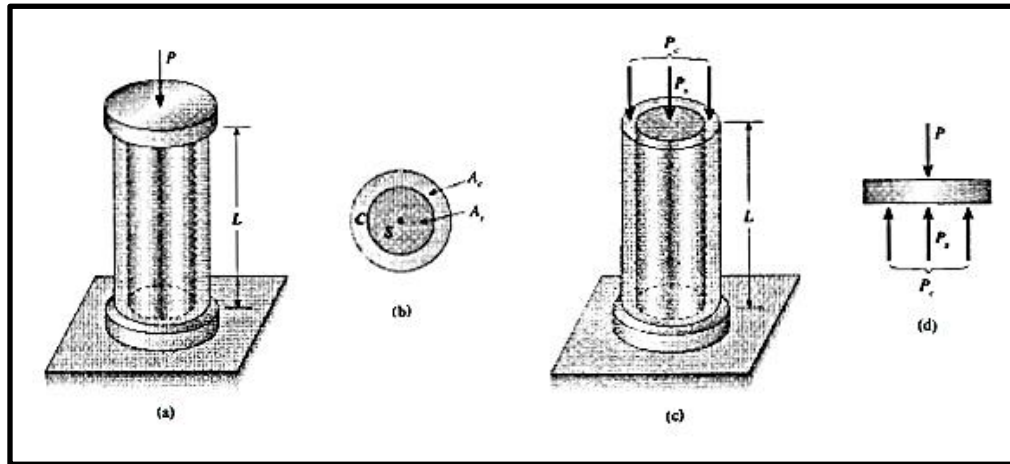
#### ❖ Contoh 2-5

Sebuah silinder baja lingkaran solid  $S$  terletak di dalam tabung tembaga lingkaran berlubang  $C$  (Gambar 4.4a dan b). Silinder dan tabung tersebut ditekan di antara dua plat kaku dari sebuah mesin uji dengan gaya tekan  $P$ . Silinder baja tersebut mempunyai luas penampang  $A_s$  dan modulus elastisitas  $E_s$ . Tabung tembaga mempunyai luas  $A_c$  dan modulus elastisitas  $E_c$ . Keduanya mempunyai panjang  $L$ . Tentukanlah besaran-besaran berikut: (a) gaya tekan  $P_s$  di silinder baja dan  $P_c$  di tabung tembaga; (b) tegangan tekan  $\sigma_s$  dan  $\sigma_c$ ; serta (c) perpendekan  $\delta$  keduanya.

#### ❖ Solusi

(a) Gaya tekan di silinder baja dan tabung tembaga. Kita mulai dengan melepaskan plat atas dari struktur ini untuk mengekspos gaya  $P_s$  dan  $P_c$  yang masing-masing bekerja di silinder baja dan tabung tembaga (Gambar 4.4c). Gaya  $P$ , adalah resultan dari tegangan terbagi rata yang bekerja di

penampang silinder baja, dan gaya  $P_c$  adalah resultan dari tegangan terbagi rata yang bekerja di penampang tabung tembaga.



**Gambar 4.4** Contoh 2-5 Analisis struktur statis tak tentu

Persamaan keseimbangan. Diagram benda bebas plat atas ditunjukkan dalam Gambar 4.4d. Plat ini mengalami gaya  $P$  dan gaya-gaya tekan  $P_s$  dan  $P_c$ , yang belum diketahui; jadi, persamaan keseimbangannya adalah

$$\sum F_{\text{vert}} = 0 \quad P_s + P_c - P = 0 \quad (f)$$

Persamaan ini, yang merupakan satu-satunya persamaan keseimbangan nontrivial yang tersedia, mengandung dua anu. Dengan demikian, dapat kita simpulkan bahwa struktur ini statis tak tentu.

Persamaan keserasian. Karena plat ujung adalah kaku, maka silinder baja dan tabung tembaga harus memendek sama besar. Dengan menuliskan perpendekan bagian-bagian baja dan tembaga masing-masing dengan  $\delta_s$  dan  $\delta_c$ , kita dapatkan persamaan keserasian sebagai berikut.

$$\delta_s = \delta_c \quad (g)$$

Hubungan gaya-peralihan. Perubahan panjang silinder dan tabung dapat diperoleh dari persamaan umum  $\delta = PL/EA$ . Dengan demikian, di dalam contoh ini, hubungan gaya-peralihan adalah.

$$\delta_s = \frac{P_s L}{E_s A_s} \quad \delta_c = \frac{P_c L}{A_c E_c} \quad (h,i)$$

Dengan memasukkan hubungan ini ke dalam persamaan keserasian Persamaan (g), maka

$$\frac{P_s}{E_s A_s} = \frac{P_c}{E_c A_c} \quad (j)$$

Persamaan ini memberikan kondisi keserasian yang dinyatakan dalam gaya-gaya yang belum diketahui.

Solusi persamaan. Sekarang kita selesaikan persamaan keseimbangan dan keserasian (Persamaan f dan j) dan mendapatkan gaya-gaya aksial di silinder baja dan tabung tembaga:

$$P_s = P \left( \frac{E_s A_s}{E_s A_s + E_c A_c} \right) \quad P_c = P \left( \frac{E_c A_c}{E_s A_s + E_c A_c} \right) \quad (2-10a,b) \leftarrow$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa gaya tekan di bagian baja dan tembaga masing-masing berbanding langsung dengan kekakuan aksial dan berbanding terbalik dengan jumlah kekakuannya.

- (b) Tegangan tekan di silinder baja dan tabung tembaga. Dengan mengetahui gaya-gaya aksial, maka kita dapat memperoleh tegangan tekan di kedua bahan:

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A_s} = \frac{PE_s}{E_s A_s + E_c A_c} \quad \sigma_c = \frac{P_c}{A_c} = \frac{PE_c}{E_s A_s + E_c A_c} \quad (2-11a,b) \leftarrow$$

Perhatikan bahwa tegangan sebanding dengan modulus elastisitas masing-masing bahan. Dengan demikian, bahan yang "lebih kaku" mempunyai tegangan yang lebih besar.

- (c) Perpendekan struktur. Perpendekan  $\delta$  keseluruhan struktur dapat diperoleh dari Persamaan (b) atau Persamaan (i). Jadi, dengan memasukkan gaya-gaya (dari Persamaan 2-1 Oa dan b), kita peroleh:

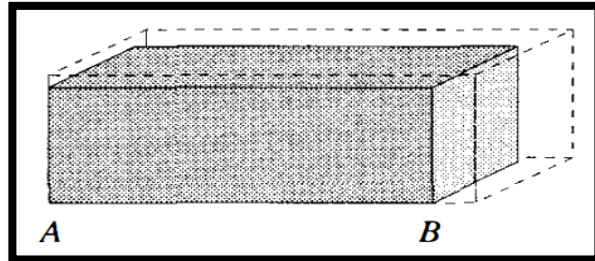
$$\delta = \frac{P_s L}{E_s A_s} = \frac{P_c L}{E_c A_c} = \frac{PL}{E_s A_s + E_c A_c} \quad (2-12) \leftarrow$$

Hasil ini menunjukkan bahwa perpendekan struktur sama dengan beban total dibagi dengan jumlah kekakuan kedua bagian (ingat dari Persamaan 2-4a bahwa kekakuan batang yang dibebani secara aksial adalah  $k = EA/L$ ).



## 4.2 EFEK TERMAL

Beban luar bukanlah satu-satunya sumber tegangan dan regangan di suatu struktur. Perubahan temperatur menyebabkan ekspansi atau kontraksi bahan, sehingga terjadi regangan termal dan tegangan termal. Ilustrasi sederhana tentang ekspansi termal ditunjukkan dalam Gambar 4.5, di mana suatu blok bahan tidak dikekang sehingga



bebas berekspansi. Apabila bahan tersebut dipanaskan, setiap elemen di segala arah, sehingga dimensi blok tersebut bertambah. Jika kita mengambil pojok A sebagai titik referensi yang tetap dan memisalkan sisi AB pada garis yang sama, maka blok tersebut akan mempunyai bentuk seperti garis yang putus. Pada kebanyakan bahan, regangan termal sebanding dengan perubahan temperatur jadi,

$$\epsilon_T = \alpha(\Delta T) \quad (2-13)$$

di mana  $\alpha$  adalah besaran bahan yang disebut koefisien ekspansi termal. Karena regangan merupakan besaran yang tak berdimensi, maka koefisien ekspansi termal mempunyai satuan yang sama dengan kebalikan perubahan temperatur. Dalam satuan SI, dimensi  $\alpha$  dapat dinyatakan dalam  $1/K$  (kebalikan kelvin) atau  $1/^\circ C$  (kebalikan derajat Celcius). Harga  $\alpha$  untuk kedua kasus sama karena perubahan secara numerik sama untuk Kelvin dan derajat Celcius. Dalam satuan USCS, dimensi  $\alpha$  adalah  $1/^\circ F$  (kebalikan derajat Fahrenheit).\* Harga  $\alpha$  yang khas dicantumkan dalam Tabel H-4 dalam Lampiran H.

Jika perbandingan tanda untuk regangan termal dibutuhkan, kita biasanya mengasumsikan bahwa ekspansi bertanda positif dan kontraksi bertanda negatif.

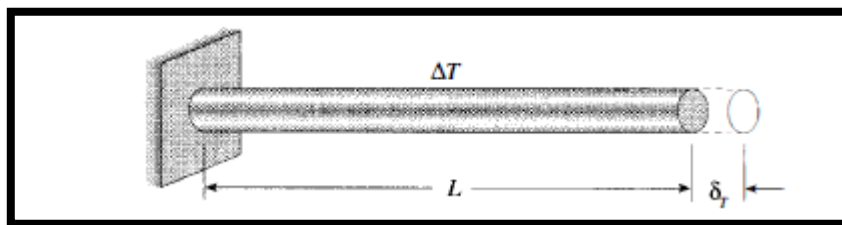
Untuk menunjukkan pentingnya regangan termal, kita akan menghitung regangan termal dengan regangan yang diakibatkan beban dengan cara berikut. Misalkan kita mempunyai batang yang dibebani secara aksial dengan regangan longitudinal yang diberikan oleh persamaan (2-12), dimana  $\epsilon$  adalah tegangan dan  $E$  adalah modulus elastisitas. Kemudian misalkan kita mempunyai batang identik yang mengalami perubahan temperatur  $\Delta T$ , yang berarti bahwa batang tersebut mempunyai regangan yang dihitung dengan Persamaan (2-13). Dengan menyamakan kedua regangan maka haruslah  $\epsilon = \alpha \Delta T L$ . Dari persamaan ini kita dapat menghitung tegangan aksial yang menghasilkan regangan yang sama dengan akibat perubahan temperatur. Sebagai contoh, tinjaulah suatu batang baja tahan karat dengan Perhitungan sederhana dari persamaan untuk menunjukkan bahwa perubahan temperatur sebesar 100°F menghasilkan regangan yang sama dengan tegangan 29.000 psi. Tegangan ini masih di bawah tegangan izin bahan ini. Jadi, perubahan temperatur yang relatif wajar menghasilkan regangan yang sama besar dengan regangan yang diakibatkan oleh taraf beban biasa, yang menunjukkan bahwa efek temperatur dapat merupakan hal penting di dalam desain.

Bahan struktural biasa akan memuai jika dipanaskan dan menyusut jika didinginkan sehingga peningkatan temperatur akan menimbulkan regangan termal yang bertanda positif. Regangan termal biasanya dapat balik, artinya elemen tersebut akan kembali ke bentuk semula jika temperaturnya dikembalikan ke temperatur semula. Namun, ada beberapa paduan metal khusus yang belakangan ini dikembangkan yang tidak berperilaku seperti biasa. Untuk selang temperatur tertentu pada paduan semacam ini akan menyusut jika dipanaskan dan memuai jika didinginkan. Air juga merupakan bahan yang tidak biasa dari tinjauan termal-air memuai jika dipanaskan dari temperatur 4°C dan juga memuai jika didinginkan di bawah 4°C. Jadi, air mempunyai berat jenis maksimum pada 4°C.

Sekarang kita kembali ke blok bahan yang terlihat dalam Gambar 3.20. Kita asumsikan bahwa bahan ini isotropis dan homogen, dan bahwa peningkatan temperatur adalah seragam di seluruh blok. Kita dapat menghitung bertambahnya dimensi manapun dari blok ini dengan mengalikan dimensi semula

cengan regangan termal . Sebagai contoh, jikasalah satu cimensi acalah  $L$  , maka cimensi tersebut akan bertambah sebesar

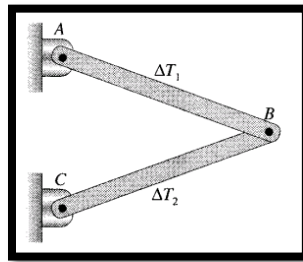
Persamaan (2- 14) acalah hubungan temperatur-peralihan, yang analog cengan hubungan gaya-peralihan yang telah cibahas calam subbab sebelum ini. Hubungan ini capat cigunakan untuk menghitung perubahan panjang elemen struktur yang mengalami perubahan temperatur seragam, seperti perpanjangan paca batang prismatis yang terlihat calam Gambar 4.6. (Dimensi transversal paca batang ini juga berubah, tetapi perubahan ini ticak citunjukkan calam gambar tersebut karena biasanya ticak menimbulkan pengaruh terhacap gaya aksial ci batang tersebut.)



**Gambar 4.6** Pertambahan panjang suatu batang prismatis akibat peningkatan temperatur seragam (Persamaan 2- 14)

Di calam pembahasan tentang regangan termal, kita berasumsi bahwa strukturnya ticak mempunyai kekangan can capat berekspansi atauberkontraksi cengan bebas. Kondisi-kondisi ini ada kalau suatu benda terletak pada permukaan yang tak bergesekan atau tergantung paca ruang terbuka. Paca kasus seperti ini ticak aca tegangan yang dihasilkan oleh perubahan temperatur seragam di seluruh benda, secangkan perubahan temperatur yang ticak seragam capat menimbulkan regangan interal. Untuk struktur yang mempunyai tumpuan yang mencegah ekspansi cankontraksi, tegangan termal akan timbul meskipun perubahan temperaturuci seluruh struktur seragam.

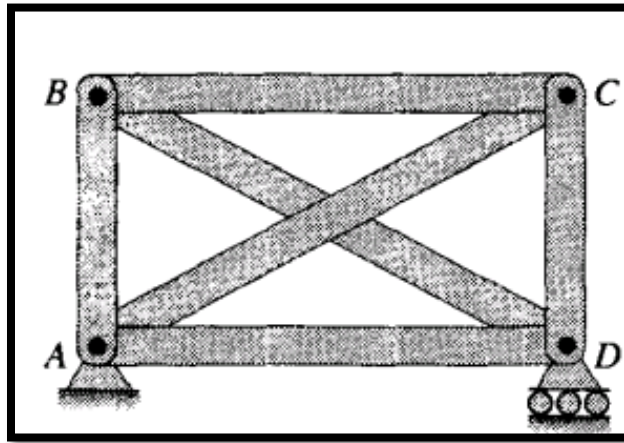
Untuk menggambarkan ide-ide atas tentang efek termal, tinjaulah rangka batang ABC yang terdiri atas dua batang dalam Gambar 4.7 dan asumsikan bahwa temperatur batang AB berubah  $\Delta T_1$ , dan temperatur batang BC berubah  $\Delta T_2$ . Karena rangka batang ini statis tertentu, maka kedua batang tersebut bebas memanjang atau memencok, yang menyebabkan terjadinya peralihan posisi B. Sekalipun demikian, tidak ada tegangan pada kedua batang dan tidak ada reaksi di tumpuan. Kesimpulan ini berlaku secara umum pada struktur statis tertentu; jadi, perubahan temperatur di elemen struktur menimbulkan regangan termal (dan perubahan panjang) tanpa adanya tegangan.



**Gambar 4.7** Rangka batang statis tertentu dengan perubahan temperatur seragam di setiap batang

Suatu struktur statis tak tentu mungkin saja menghasilkan tegangan temperatur, bergantung pada karakter struktur tersebut dan bagaimana perubahan temperatur itu terjadi. Untuk menggambarkan beberapa kemungkinan, tinjaulah rangka batang statis tak tentu yang terlihat dalam Gambar 4.8. Karena tumpuan struktur ini memungkinkan titik hubung D bergerak dalam arah horizontal, maka tidak ada tegangan yang timbul apabila keseluruhan rangka batang ini dipanaskan secara seragam. Semua batang akan memanjang yang sebanding dengan panjang semula, dan rangka batang ini akan menjadi sedikit lebih besar. Namun, jika sebagian (tidak semua) batang dipanaskan, maka tegangan termal akan timbul karena adanya susunan statis tak tentu dari batang-batang ini mencegah perpanjangan bebas. Untuk menggambarkan kondisi ini, bayangkan bahwa hanya satu batang yang dipanaskan. Karena batang ini menjadi panjang, maka batang ini akan menjumpai tahanan dari batang lain, dan akibatnya timbul tegangan pada setiap batang.

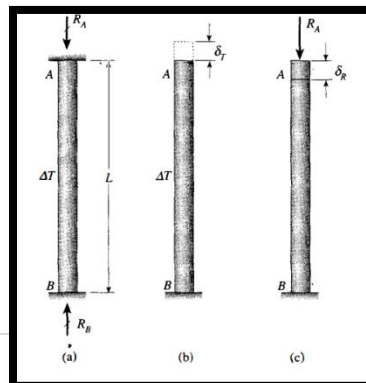
Analisis struktur statis tak tentu dengan perubahan temperatur didasarkan atas konsep-konsep yang dibahas dalam subbab sebelum ini, yaitu persamaan keseimbangan, persamaan keserasian, dan hubungan peralihan. Perbedaan utama adalah bahwa kita sekarang menggunakan hubungan temperatur-peralihan (Persamaan 2-14) selain juga hubungan gaya-peralihan (seperti  $\delta = PL/EA$ ) dalam melakukan analisis. Contoh berikut menggambarkan prosedurnya secara rinci.



Gambar 4.8 Rangka batang statis tak tentu yang mengalami perubahan temperature

❖ **Contoh 2-8**

Sebuah batang prismatis AB yang panjangnya  $L$  ditahan oleh tumpuan yang tak dapat bergerak (Gambar 2-24a). Jika temperatur batang ini ditingkatkan secara seragam sebesar  $\Delta T$ , berapakah tegangan termal  $\sigma_T$  yang timbul di batang? (Asumsikan bahwa batang ini terbuat dari bahan yang elastis linier.)



**Gambar 4.9** Contoh 2-8. Batang statis tak tentu dengan peningkatan temperatur tegangan  $\Delta T$ .

❖ **Solusi**

Karena temperatur meningkat, maka batang akan bersaha untuk memanjang tetapi ditahan oleh tumpuan kaku di A dan B. Dengan demikian, reaksi  $R_A$  dan  $R_B$  akan timbul di kedua tumpuan, dan batang tersebut akan mengalami tegangan tekan seragam.

Persamaan keseimbangan. Gaya-gaya yang bekerja di batang ini hanyalah reaksi di kedua ujung seperti terlihat dalam Gambar 4.9a. Dengan demikian, keseimbangan gaya dalam arah vertikal adalah

$$\sum F_{\text{vert}} = 0 \quad R_B - R_A = 0 \quad (\text{a})$$

Karena ini adalah satu-satunya persamaan keseimbangan nontrivial, dan karena persamaan ini mengandung dua anu, maka kita lihat bahwa struktur ini adalah statis tak tentu dan persamaan tambahan dibutuhkan.

Persamaan keserasian menunjukkan fakta bahwa perubahan panjang batang adalah nol (karena tumpuannya tidak bergerak):

$$\delta_{AB} = 0 \quad (\text{b})$$

Untuk menentukan perubahan panjang ini, kita membuang tumpuan atas dari batang tersebut dan mendapatkan batang yang terjepit di ujung bawah dan bebas di ujung atas (Gambar 4.9b dan c). Apabila hanya perubahan temperatur yang bekerja (Gambar 4.9b), maka perpanjangan batang adalah  $\delta_T$  dan jika hanya  $R_A$  yang bekerja, maka batang akan memendek sebesar  $\delta_R$  (Gambar 2-24c). Jadi, perubahan panjang neto adalah  $\delta_{AB} = \delta_T - \delta_R$ , dan persamaan keserasian menjadi

$$\delta_{AB} = \delta_T - \delta_R = 0 \quad (\text{c})$$

Hubungan peralihan. Pertambahan panjang batang akibat perubahan temperatur  $\Delta T$  ditentukan oleh hubungan temperatur-pralihan (Persamaan 2-14):

$$\delta_T = \alpha(\Delta T)L \quad (d)$$

di mana  $\alpha$  adalah koefisien ekspansi termal. Pengurangan panjang akibat gaya  $R_A$  dihitung dengan hubungan gaya-pralihan:

$$\delta_R = \frac{R_A L}{EA} \quad (e)$$

di mana  $E$  adalah modulus elastisitas dan  $A$  adalah luas penampang. Dengan memasukkan hubungan pralihan (d) dan (e) ke dalam Persamaan (c) kita dapatkan bentuk akhir persamaan keserasian:

$$\delta_T - \delta_R = \alpha(\Delta T)L - \frac{R_A L}{EA} = 0 \quad (f)$$

Pemecahan persamaan. Sekarang kita pecahkan persamaan keseimbangan dan keserasian (Persamaan a dan f untuk mendapatkan reaksi  $R_A$  dan  $R_B$ ):

$$R_A = R_B = EA\alpha(\Delta T) \quad (2-15)$$

Dari hasil-hasil ini kita peroleh tegangan termal  $\sigma_T$  pada batang:

$$\sigma_T = \frac{R_A}{A} = \frac{R_B}{A} = E\alpha(\Delta T) \quad (2-16)$$

Tegangan ini adalah tegangan tekan jika temperatur batang meningkat.

#### ❖ Catatan 1

Di dalam contoh ini, reaksi tidak bergantung pada panjang batang dan tegangan tidak bergantung pada panjang dan luas penampang (lihat Persamaan 2-15 dan 2-16). Jadi, sekali lagi kita lihat kegunaan solusi simbolik karena hal-hal penting pada perilaku batang seperti ini tidak terlihat pada solusi numerik.

#### ❖ Catatan 2

Dalam menentukan perpanjangan termal suatu batang (Persamaan d), kita berasumsi bahwa bahan adalah homogen dan bahwa peningkatan temperature adalah seragam di seluruh volume batang. Juga, dalam menentukan pengurangan panjang akibat gaya reaksi (Persamaan e), kita berasumsi bahwa bahan bersifat elastis linier. Pembatasan ini harus selalu diingat di dalam menuliskan hubungan temperatur-peralihan dan gaya-peralihan.

❖ **Catatan 3**

Batang pada contoh ini mempunyai peralihan longitudinal nol, bukan hanya di ujung-ujung yang terepit, melainkan juga di setiap potongan. Jadi, tidak ada regangan aksial pada batang ini, dan kita mempunyai situasi khusus di mana ada tegangan longitudinal tetapi tidak ada regangan longitudinal. Tentu saja, ada regangan transversal di batang yang ditimbulkan oleh perubahan temperatur dan tekan aksial.

**BAB V**

**TEGANGAN PADA POTONGAN MIRING**

<b>Mata Kuliah</b>	<b>Topik</b>	<b>Tujuan Pembelajaran</b>
<b>Mekanika Kekuatan Material I ( HMKK319 )</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tegangan Pada Potongan Miring</li> <li>2. Energi Regangan</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Tegangan pada Potongan Miring</li> <li>2. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Energi Regangan</li> </ol>

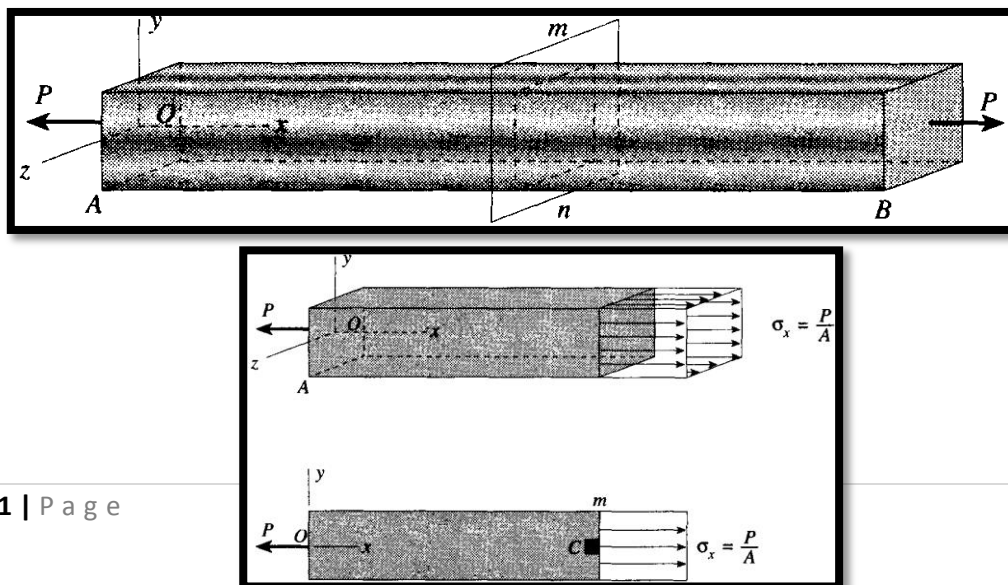
**5.1 TEGANGAN PADA POTONGAN MIRING**



Pada pembahasan sebelumnya, tentang tarik dan tekan pada elemen struktur yang dibebani secara aksial, tegangan yang kita tinjau hanyalah tegangan normal yang bekerja di potongan melintang. Tegangan ini ditunjukkan dalam Gambar 5.1, di mana kita meninjau batang AB yang mengalami gaya aksial P. Jika batang tersebut dipotong pada potongan melintang tengah oleh bidang mn (yang tegak lurus sumbu x), kita akan memperoleh diagram benda bebas seperti terlihat dalam Gambar 5.1b. Tegangan normal yang bekerja di seluruh potongan tersebut dapat dihitung dengan menggunakan rumus  $\sigma_x = P/A$  asalkan distribusi tegangan terbagi secara merata di seluruh luas potongan melintang. Sebagaimana diuraikan dalam Bab 1, kondisi ini ada jika batang tersebut prismatis, bahannya homogen, gaya aksial P bekerja di pusat berat penampang, dan potongan melintang terletak cukup jauh dari lokasi pemusatan tegangan. Tentu saja, tidak ada tegangan geser yang bekerja di potongan melintang, karena potongan ini tegak lurus sumbu longitudinal batang.

Untuk mudahnya, kita biasanya menunjukkan tegangan di gambar tampak 2 dimensi batang tersebut (Gambar 5.1c) bukannya gambar tampak 3 dimensi (Gambar 5.1b). Namun, apabila bekerja dengan gambar dua dimensi kita tidak boleh lupa bahwa batang mempunyai tebal yang tegak lurus dengan bidang gambar. Dimensi ketiga ini harus ditinjau dalam membuat penurunan rumus dan perhitungan.

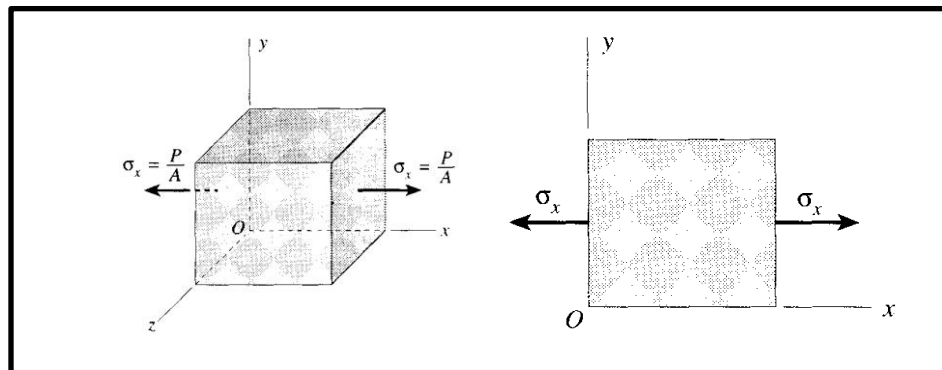
Cara yang paling berguna untuk menunjukkan tegangan di batang 5.1 adalah dengan mengisolasi elemen kecil dari bahan, sedemikian rupa sehingga elemen yang berlabel C dalam Gambar 5.1c, dan selanjutnya menunjukkan tegangan yang bekerja di semua muka elemen.



**Gambar 5.1** Batang prismatic yang mengalami tarik yang menunjukkan tegangan yang bekerja pada potongan melintang mn (a) batang dengan gaya aksial P, (b) tampak tiga dimensi batang yang dipotong yang menunjukkan tegangan normal, dan (c) tampak dua dimensi

Elemen seperti ini disebut elemen tegangan. Elemen tegangan di titik C merupakan blok tegangan kecil (tidak peduli apakah ini berupa kubus atau paralelepipedum) dengan muka sebelah kanan terletak pada potongan mn. Dimensi setiap elemen tegangan diasumsikan sangat kecil, tetapi demi kejelasan kita menggambarkan elemen dengan skala yang besar. seperti terlihat dalam Gambar 2-27a.

Dalam hal ini, tepi-tepi elemen mempunyai arah sejajar dengan sumbu x, y, dan z, dan satu-satunya tegangan adalah tegangan normal  $\sigma_x$  yang bekerja pada sisi x (ingat bahwa sisi x sejajar punya gaya normal yang sejajar dengan sumbu x). Kita biasanya menggambar tampak dua dimensi elemen tersebut (Gambar 5.2b) bukannya tampak tiga dimensi, karena cara itu lebih enak.



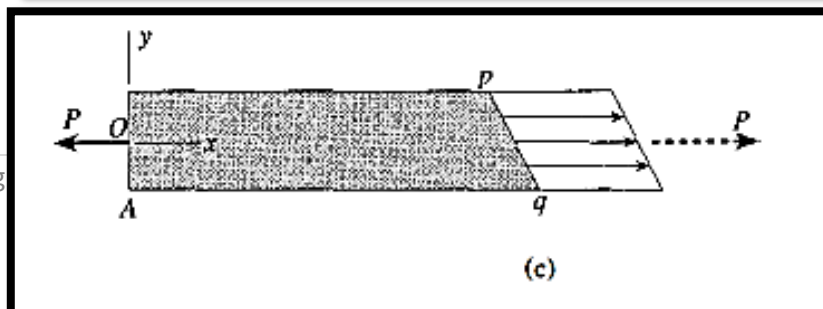
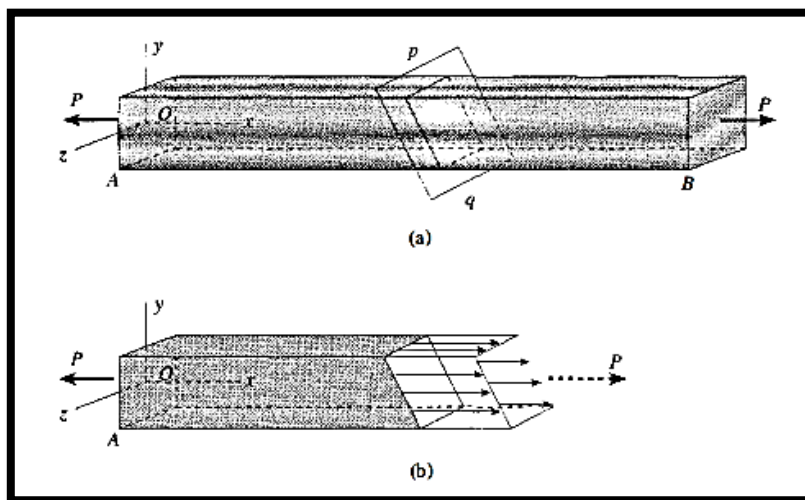
**Gambar 5.2** Elemen tegangan di titik C dari batang yang dibebani secara aksial yang terlihat dalam

Elemen tegangan dalam Gambar 5.2 memberikan hanya tampak sebagian dari tegangan yang bekerja pada batang yang dibebani secara aksial. Untuk

mendapatkan gambaran yang lebih rumit, kita perlu memeriksa tegangan yang bekerja pada potongan miring, seperti potongan yang dipotong oleh bidang  $pq$  dalam Gambar 5.3a. Karena tegangan sama di seluruh bagian batang, tegangan yang bekerja di seluruh potongan miring harus mempunyai distribusi terbagi rata, seperti terlihat di diagram benda bebas dalam Gambar 5.3b (tampak tiga dimensi) dan Gambar 5.3c (tampak dua dimensi). Dari keseimbangan benda bebas, kita ketahui bahwa resultan tegangan harus sama dengan gaya horizontal  $P$ . (Resultan ini digambarkan dengan garis putus dalam Gambar 5.3b dan 5.3c).

Mula-mula kita membutuhkan skema untuk menetapkan orientasi potongan miring  $pq$ . Metode standar untuk ini adalah menetapkan sudut  $e$  antara sumbu  $x$  dan normal  $n$  dalam potongan (Gambar 5.4a). Jadi, sudut  $e$  untuk potongan miring yang ditunjukkan dalam gambar kira-kira  $30^\circ$ . Sebaliknya, potongan  $mn$  (Gambar 5.2a) mempunyai sudut  $\theta$  yang sama dengan nol (karena normal penampang ini adalah sumbu  $x$ ). Contoh lain, tinjaulah elemen tegangan (Gambar 5.3). Sudut  $\theta$  untuk muka kanan adalah  $0$ , untuk muka atas adalah  $90^\circ$  (potongan longitudinal batang), untuk muka kiri adalah  $180^\circ$ , dan untuk muka bawah adalah  $270^\circ$  (atau  $-90^\circ$ ).

Sekarang kita kembali ke tujuan mencari tegangan yang bekerja di potongan  $pq$  (Gambar 5.4b). Sebagaimana telah disebutkan, resultan tegangan ini adalah gaya  $P$  yang bekerja di arah  $x$



**Gambar 5.4** Batang prismatic yang mengalami tarik yang menunjukkan tegangan yang bekerja di potongan pq yang miring: (a) batang dengan gaya aksial P. (b) tampak tiga dimensi dari batang yang dipotong yang menunjukkan tegangan, dan (c) tampak dua dimensi.

Resultan ini dapat diuraikan atas dua komponen, gaya normal N yang berarah tegak lurus bidang miring pq dan gaya geser V yang berarah tangensial padanya. Jadi komponen gaya tersebut adalah

$$N = P \cos \theta \quad V = P \sin \theta \quad (2-20a,b)$$

Berkaitan dengan gaya N dan V ada tegangan normal dan tegangan geser yang mempunyai distribusi terbagi rata di seluruh potongan melintang (Gambar 5.4c dan d). Tegangan normal ini sama dengan gaya normal N dibagi luas potongan, dan tegangan geser tersebut sama dengan gaya geser V dibagi dengan luas potongan. Jadi, kedua tegangan tersebut adalah

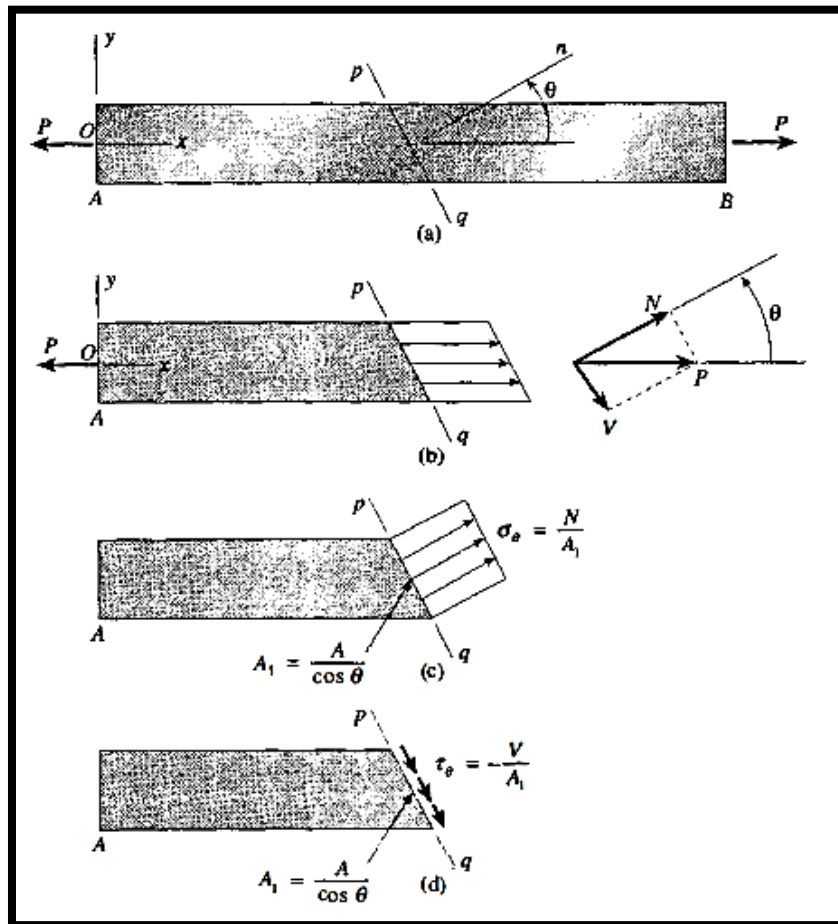
$$\sigma = \frac{N}{A_1} \quad \tau = \frac{V}{A_1} \quad (2-21a,b)$$

di mana  $A_1$  adalah luas potongan miring:

$$A_1 = \frac{A}{\cos \theta} \quad (2-22)$$

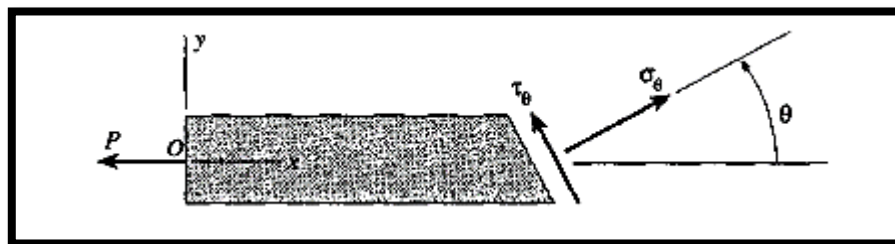
Seperti biasa, A menunjukkan luas potongan batang. Tegangan  $\sigma$  dan  $\tau$  bekerja dengan arah seperti terlihat dalam Gambar 5.4c dan d, artinya mempunyai arah masing-masing sama dengan gaya normal N dan gaya geser V.

Hingga saat ini kita perlu menetapkan perjanjian tanda dan notasi untuk tegangan yang bekerja pada potongan miring. Kita akan menggunakan subskrip  $\theta$  yang menunjukkan bahwa tegangan yang bekerja pada



**Gambar 5.5** Batang prismatic yang mengalami tarik yang menunjukkan tegangan yang A bekerja pada potongan miring pq.

potongan yang miring dengan sudut  $\theta$  (Gambar 5.4), seperti juga kita menggunakan subskrip x untuk menunjukkan bahwa tegangan bekerja pada potongan yang sejajar sumbu x (lihat Gambar 5.2). Tegangan normal  $\sigma_\theta$  bertanda positif jika tarik dan tegangan geser  $\tau_\theta$  adalah positif jika menghasilkan rotasi bahan berlawanan jarum jam, seperti terlihat dalam Gambar 5.6.



**Gambar 5.6** Perjanjian tanda untuk tegangan yang bekerja pada potongan miring. (Tegangan normal adalah positif apabila tarik dan tegangan geser adalah positif apabila menghasilkan rotasi yang berlawanan jarum jam.)

Untuk sebuah batang yang mengalami tarik, gaya normal  $N$  menghasilkan tegangan normal positif  $\sigma_\theta$  (lihat Gambar 5.4c) dan tegangan geser  $V$  menghasilkan tegangan geser negatif  $T_\theta$  (lihat Gambar 5.4D). Tegangan-tegangan ini dinyatakan dengan persamaan berikut (lihat Persamaan 2-20, 2-21, dan 2-22):

$$\sigma_\theta = \frac{N}{A_1} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta \quad \tau_\theta = -\frac{V}{A_1} = -\frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta$$

Dengan menggunakan notasi  $\sigma_x = P/A$ , di mana  $\sigma_x$  adalah tegangan normal pada penampang, juga dengan menggunakan hubungan trigonometri

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) \quad \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}(\sin 2\theta)$$

kita peroleh

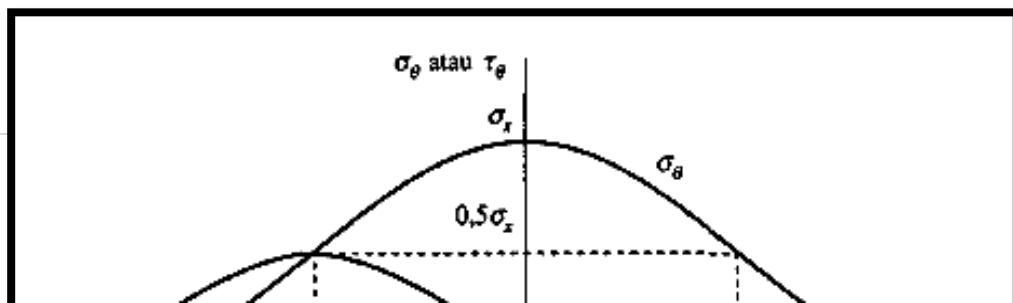
$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta = \frac{\sigma_x}{2}(1 + \cos 2\theta) \quad (2-23a)$$

$$\tau_\theta = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta = -\frac{\sigma_x}{2}(\sin 2\theta) \quad (2-23b)$$

Persamaan-persamaan ini memberikan tegangan normal dan geser yang bekerja pada potongan yang berarah miring dengan sudut  $\theta$ .

Perlu diketahui bahwa Persamaan (2-23a) dan (2-23b) diturunkan hanya dari statika sehingga keduanya tidak bergantung pada bahan. Jadi, keduanya berlaku untuk bahan apapun, apakah linier atau nonlinier, elastis atau inelastis.

Bagaimana tegangan bervariasi untuk kemiringan bidang potongan ditunjukkan dalam Gambar 5.7. Sumbu horizontal dinyatakan dalam sudut  $\theta$  yang bervariasi dari  $-90^\circ$  sampai  $+90^\circ$ , dan sumbu vertikal memberikan tegangan  $\sigma_\theta$  dan  $\tau_\theta$ . Perhatikan bahwa tanda positif  $\theta$  diukur berarah berlawanan jarum jam dari sumbu  $x$  (Gambar 5.6) dan sudut negatif diukur searah jarum jam.



**Gambar 5.7** Grafik tegangan normal  $\sigma_\theta$  dan  $\tau_\theta$  versus sudut  $\theta$  dari potongan miring (lihat Gambar 2-30 dan Persamaan 2-23a dan b)

Sebagaimana ditunjukkan dalam gambar tersebut, tegangan normal  $\sigma_\theta$  sama dengan  $\sigma_x$  jika  $\theta = 0$ . Selanjutnya, jika  $\theta$  bertambah atau berkurang, tegangan normal akan mengecil sampai menjadi nol pada  $\theta = \pm 90^\circ$  karena tidak ada tegangan normal di potongan yang sejajar dengan sumbu longitudinal. Tegangan normal maksimum terjadi pada  $\theta = 0$  dan besarnya adalah

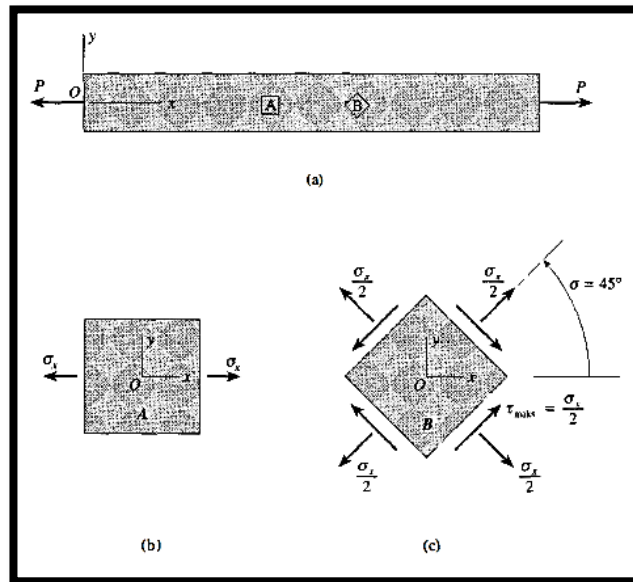
$$\sigma_{maks} = \sigma_x \quad (2-24)$$

Juga, kita lihat bahwa jika  $\theta = \pm 45^\circ$ , maka tegangan normal adalah setengah harga maksimumnya. Tegangan geser  $\tau_\theta$  berharga nol pada penampang batang ( $\theta = 0$ ) dan juga pada potongan longitudinal ( $\theta = \pm 90^\circ$ ). Di antara kedua batas tersebut, tegangan bervariasi seperti terlihat dalam gambar tersebut, hingga mencapai harga positif terbesar pada  $\theta = -45^\circ$  dan harga negatif terbesar pada  $\theta = +45^\circ$ . Kedua tegangan geser maksimum ini mempunyai besar yang sama yaitu

$$\tau_{maks} = \frac{\sigma_x}{2} \quad (2-25)$$

Tetapi masing-masing memutar elemen ke arah yang berlawanan. Tegangan maksimum di batang yang mengalami tarik ditunjukkan dalam Gambar 5.8. Kedua elemen tegangan ini dipilih-elemen A berorientasi pada  $\theta =$

$0^\circ$  dan elemen B berorientasi pada  $\theta = 45^\circ$ . Elemen A mempunyai tegangan normal maksimum (Persamaan 2-24) dan elemen B mempunyai tegangan geser maksimum (Persamaan 2-25). Untuk elemen A (Gambar 5.2b), tegangan yang ada hanyalah tegangan normal maksimum (tidak ada tegangan geser di muka ini).



**Gambar 5.8** Tegangan normal dan geser yang bekerja pada elemen tegangan yang berorientasi  $\theta = 0^\circ$  dan  $\theta = 45^\circ$  ujung batang yang mengalami tarik

Dalam kasus elemen B (Gambar 5.8c), baik tegangan normal maupun tegangan geser bekerja pada semua muka (kecuali, pada muka depan dan belakang elemen). Tinjau, sebagai contoh, muka  $i$   $45^\circ$  (muka kanan atas). Di muka ini tegangan normal dan geser (dari Persamaan 2-23a dan b) adalah  $CJ/2$  dan  $-CJ/2$ . Jadi, tegangan normal adalah tarik (positif) dan tegangan geser bekerja searah jarum jam (negatif) terhadap elemen. Tegangan di muka lainnya diperoleh dengan cara sama dengan memasukkan  $\theta = 135^\circ, -45^\circ$  dan  $-135^\circ$  ke dalam Persamaan (2-23a dan b). Jadi, dalam kasus khusus untuk elemen yang berorientasi  $\theta = 45^\circ$  ini, tegangan normal di keempat muka adalah sama (sama dengan  $\sigma_x/2$ ) dan keempat tegangan geser mencapai besar maksimum (sama dengan  $\sigma_x/2$ ).





**Gambar 5.9** Kegagalan geser di sepanjang bidang blok kayu  $45^\circ$  yang dibebani tekan

**Gambar 5.10** Jalur gelincir (atau jalur Luders) pada benda uji baja yang dipoles dibebani tarik

Juga, perhatikan bahwa tegangan geser yang bekerja pada bidang-bidang yang tegak lurus mempunyai besar yang sama dan mempunyai arah menuju, atau meninggalkan, garis perpotongan bidang-bidang, sebagaimana dibahas dengan rinci dalam Subbab 1.6

Jika suatu batang dibebani tekan, bukannya tarik, maka tegangan  $\sigma_x$  akan berupa tekan dan akan mempunyai harga negatif. Karena itu, semua tegangan yang bekerja di elemen tegangan akan mempunyai arah yang berlawanan dengan untuk batang yang mengalami tarik. Tentu saja, Persamaan (2-23a dan b) masih dapat digunakan untuk perhitungan dengan memasukkan  $\sigma_x$  sebagai besaran negatif.

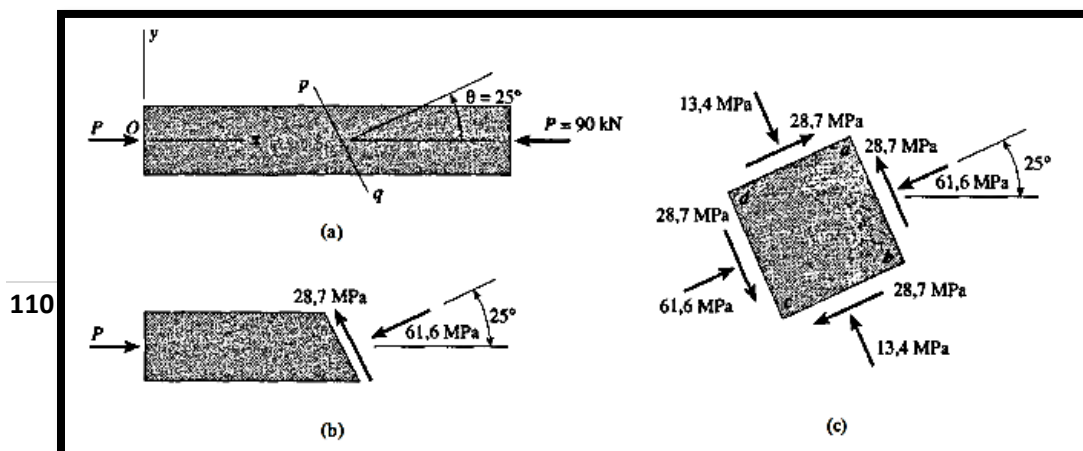
Meskipun tegangan geser maksimum di batang yang dibebani secara aksial hanyalah setengah dari tegangan normal maksimum, tegangan geser dapat menyebabkan kegagalan jika bahannya jauh lebih lemah terhadap geser dibandingkan terhadap tarik. Sebuah contoh yang menunjukkan kegagalan geser terlihat dalam Gambar 5.10, yang menunjukkan sebuah blok kayu yang telah dibebani tekan dan gagal karena terjadi geser di sepanjang bidang  $45^\circ$ . Jenis perilaku seperti ini terjadi

pada baja lunak yang dibebani tarik. Selama uji tarik pada batang datar dari baja berkarbon rendah dengan permukaan yang dipoles, jalur gelincir (slip bands) terlihat pada sisi-sisi batang pada  $45^\circ$  dengan sumbu (Gambar 5.10). Jalur ini menunjukkan bahwa bahan tersebut gagal secara geser di sepanjang bidangbidang di mana tegangan geser mencapai maksimum. Jalur seperti ini pertama kali diamati oleh G. Piobert pada tahun 1842 dan W. Liders pada tahun 1860 (lihat Ref. 2-6 dan 2-7), dan dewasa ini jalur tersebut disebut Jalur Liders atau jalur Piobert. Jalur ini mulai terlihat jika tegangan luluh di batang tercapai (titik B dalam Gambar 1.10). Keadaan tegangan yang dijelaskan dalam subbab ini disebut tegangan uniaksial, karena alasan yang sudah jelas, yaitu batang tersebut mengalami tarik mumi atau tekan pada satu arah saja.

Orientasi elemen tegangan yang paling penting untuk tegangan uniaksial adalah  $\theta = 0$  dan  $\theta = 45^\circ$  (Gambar 5.8); yang disebut pertama mempunyai tegangan normal maksimum dan yang disebut terakhir mempunyai tegangan geser maksimum. Jika potongan di batang mempunyai sudut lainnya, maka tegangan yang bekerja di muka-muka elemen tegangan dapat ditentukan dari Persamaan 2-23a dan b), seperti digambarkan dalam Contoh 2-10 dan 2-11 berikut ini. Tegangan uniaksial adalah kasus khusus dari keadaan tegangan yang lebih umum yang dikenal dengan tegangan bidang, yang dibahas dengan rinci dalam Bab 7.

❖ **Contoh 2-10**

Sebuah batang prismatis yang mempunyai luas penampang  $A = 1200 \text{ mm}^2$  ditekan dengan gaya aksial  $P = 90 \text{ kN}$  (Gambar 5.11a). Tentukanlah tegangan yang bekerja di potongan miring  $pq$  yang dipotong melalui batang dengan sudut  $e = 25^\circ$ . (b) Tentukan keadaan tegangan secara lengkap untuk  $e = 25^\circ$  dan tunjukkan tegangan di elemen tegangan yang diarahkan dengan benar.



**Gambar 5.11** Contoh 2 - 1 0. Tegangan pada potongan miring

❖ **Solusi**

- (a) Untuk mendapatkan tegangan yang bekerja pada potongan pada sudut  $\theta = 25^\circ$ , mula-mula kita hitung tegangan normal  $\sigma_x$  yang bekerja pada potongan melintang:

$$\sigma_x = -\frac{P}{A} = -\frac{90kN}{1200mm^2} = -75MPa$$

di mana tanda minus menunjukkan bahwa tegangan adalah tekan. Selanjutnya, kita hitung tegangan normal dan geser dari Persamaan (2-23a dan b) dengan ( $\theta = 25^\circ$ , sebagai berikut:

$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta = (-75MPa)(\cos 25^\circ)^2 = -61,1MPa$$

$$\tau_\theta = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta = (75 MPa)(\sin 25^\circ)(\cos 25^\circ) = 28,7MPa$$

Tegangan ini ditunjukkan bekerja pada potongan miring dalam Gambar 5.11b. Perhatikan bahwa tegangan normal  $\sigma_\theta$  adalah negatif (tekan) dan tegangan geser  $\tau_\theta$  adalah positif (berlawanan jarum jam).

- (b) Untuk menentukan keadaan tegangan yang lengkap, kita perlu mencari tegangan yang bekerja di semua muka elemen tegangan yang berorientasi  $25^\circ$  (Gambar 5.11c). Muka ab, di mana ( $\theta = 25^\circ$ , mempunyai orientasi sama dengan bidang miring dalam Gambar 5.11b. Dengan demikian, tegangannya sama dengan yang dituliskan di atas.

Tegangan di muka sebaliknya cd adalah sama dengan yang ada di muka ab, yang dapat diverifikasi dengan memasukkan ( $\theta = 25^\circ + 180^\circ = 205^\circ$  ke dalam Persamaan (5.9a dan b).

Untuk muka be kita masukkan ( $\theta = 25^\circ - 90^\circ = -65^\circ$  ke dalam Persamaan (5.9a dan b) dan mendapatkan

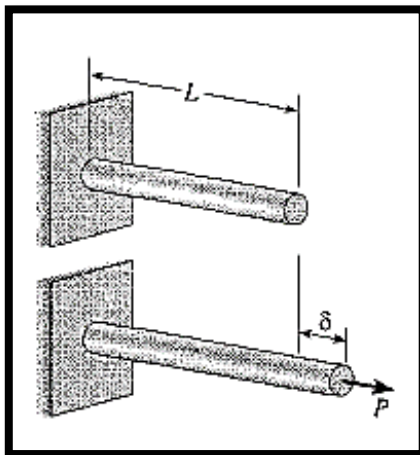
$$\sigma_\theta = -13,4 \text{ MPa} \quad \tau_\theta = -28,7 \text{ MPa}$$

Tegangan-tegangan yang sama ini juga berlaku di muka sebaliknya, ad, sebagaimana dapat diverifikasi dengan memasukkan ( $\theta = 25^\circ + 90^\circ = 115^\circ$  kedalam Persamaan (5.9a dan b). Catat bahwa tegangan normal ini adalah tekan dan tegangan geser mempunyai arah berlawanan jarum jam.

Keadaan tegangan secara lengkap ditunjukkan dengan elemen tegangan dalam Gambar 5.11c. Sketsa seperti ini merupakan cara yang sangat baik untuk menunjukkan arah tegangan dan orientasi bidang di mana tegangan tersebut bekerja

## 5.2 ENERGI REGANGAN

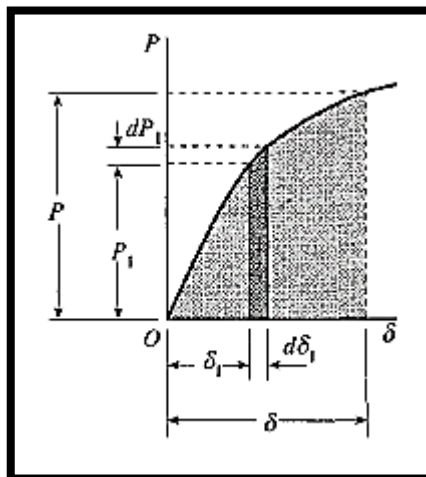
Energi regangan adalah konsep dasar di dalam mekanika terapan, dan prinsip energi regangan banyak digunakan untuk mencari respons mesin dan struktur terhadap beban statik maupun dinamik. Di dalam subbab ini kita meninjau topik energi regangan dalam bentuk yang paling sederhana dengan hanya meninjau elemen struktur yang dibebani secara aksial yang mengalami beban statik. Elemen struktur yang lebih rumit dibahas pada bab-bab lain-batang yang mengalami torsi dibahas di Subbab 3.9 dan balok yang mengalami lentur dibahas di Subbab 9.8. Selain itu, penggunaan energi regangan dalam kaitan dengan beban dinamik diuraikan dalam subbab berikutnya (Subbab 2.8) dan dalam Subbab 9.10.



**Gambar 5.12** Batang prismatic yang mengalami beban statis.

Untuk menggambarkan ide dasar, tinjaulah batang prismatis yang panjangnya  $L$  yang mengalami gaya tarik  $P$  (Gambar 5.12). Kita asumsikan bahwa beban diterapkan secara perlahan-lahan, sedemikian hingga beban tersebut bertambah dari nol ke harga maksimumnya  $P$ . Beban seperti ini disebut beban statik karena tidak ada efek dinamik ataupun inersia akibat gerakan. Batang ini secara perlahan-lahan memanjang pada saat beban diterapkan, hingga akhirnya mencapai perpanjangan maksimum  $\delta$  pada saat yang sama dengan beban mencapai harga maksimum  $P$ . Dengan demikian, beban dan perpanjangan harus tetap tak berubah.

Selama proses pembebanan, beban  $P$  bergerak perlahan-lahan melalui jarak  $\delta$  dan melakukan sejumlah usaha. Untuk mengevaluasi usaha ini, kita ingat dari mekanika dasar bahwa gaya konstan melakukan usaha sama dengan hasil kali gaya dan jarak yang ditempuhnya. Dalam kasus kita, besar gaya bervariasi dari nol ke harga maksimum  $P$ . Untuk mendapatkan usaha yang dilakukan oleh beban akibat kondisi ini, kita perlu mengetahui bagaimana beban tersebut berubah. Informasi ini diberikan dengan diagram beban-peralihan, seperti terlihat dalam Gambar 5.13. Pada diagram ini sumbu vertikal menunjukkan beban aksial dan sumbu horizontal menunjukkan perpanjangan batang. Bentuk kurva ini bergantung pada besaran bahan.



**Gambar 5.13** Diagram bebanperalihan

Kita gunakan notasi  $P$  untuk harga be ban berapapun antara nol dan harga maksimum  $P$ , dan mencatat perpanjangan di batang tersebut dengan  $\delta$ . Lalu, pertambahan  $dP$  pada beban akan menghasilkan peningkatan  $d\delta$  pada perpanjangan. Usaha yang dilakukan oleh beban selama peningkatan perpanjangan adalah hasil kali beban dan jarak yang dilampaui, artinya usaha sama dengan  $P d\delta$ . Usaha ini dinyatakan dalam gambar tersebut dengan luas yang di arsir gelap di bawah kurva beban-peralihan. Usaha total yang dilakukan oleh be ban pada saat meningkat dari nol ke harga maksimum  $P$  adalah jumlah dari semua strip elemental

$$W = \int_0^{\delta} P d\delta \quad (2-27)$$

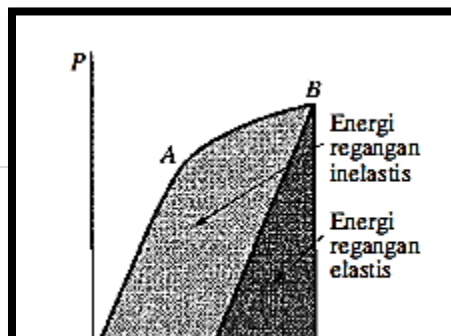
Dalam tinjauan geometrik, usaha yang dilakukan oleh beban sama dengan luas di bawah kurva beban-peralihan.

Apabila beban memperpanjang batang, maka timbul regangan. Adanya regangan ini menambah taraf energi batang itu sendiri. Dengan demikian, besaran baru, yang disebut energi regangan, didefinisikan sebagai energi yang diserap oleh batang selama proses pembebanan. Dari prinsip konservasi energi, kita ketahui bahwa energi ini sama dengan usaha yang dilakukan oleh beban asalkan tidak ada energi yang ditambahkan atau dikurangi di dalam batang panas. Dengan demikian,

$$U = W = \int_0^{\delta} P d\delta \quad (2-28)$$

di mana  $U$  adalah simbol untuk energi regangan. Kadang-kadang energi regangan disebut dengan usaha dalam untuk membedakannya dengan usaha luar yang dilakukan oleh beban.

Usaha dan energi dinyatakan dalam satuan yang sama. Dalam SI, satuan usaha dan energi adalah dalam joule (J), yang sama dengan satu newton meter (  $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$ ). Dalam satuan USCS, usaha dan energi dinyatakan dalam foot-pound (ft-lb), foot-kip (ft-k), inci-pound (in.-lb), dan inci-kip (in.-k).

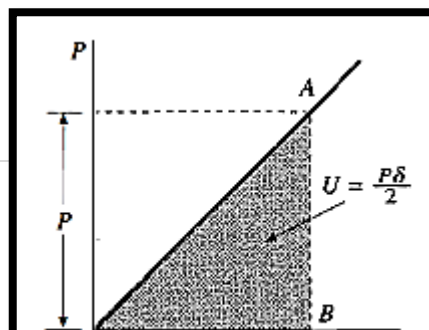


**Gambar 5.14** Energi regangan elastis dan inelastis

Jika gaya  $P$  (Gambar 5.12) secara perlahan-lahan dihilangkan dari batang, maka batang tersebut akan memendek. Jika limit elastis bahan tidak dilampaui, maka batang akan kembali ke panjang semula. Jika limit ini terlampaui, maka set permanen akan tertinggal (lihat Subbab 1.4). Jadi, semua atau sebagian dari energi regangan akan terpulihkan menjadi usaha. Perilaku ini ditunjukkan dalam diagram beban-peralihan dalam Gambar 5.14. Selama pembebanan, usaha yang dilakukan oleh beban sama dengan luas di bawah kurva (luas OABCD). Jika beban dihilangkan, maka diagram beban-peralihan mengikuti garis BD jika titik B ada di luar limit elastis dan perpanjangan permanen OD tetap tersisa. Jadi, energi regangan yang terpulihkan selama penghilangan beban, yang disebut energi regangan elastis, dinyatakan dengan segitiga yang diarsir gelap (BCD). Luas OABDO menunjukkan energi yang hilang dalam proses merubah bentuk batang secara permanen. Energi ini dikenal dengan energi regangan inelastis.

Kebanyakan struktur didesain dengan harapan bahwa bahan akan tetap di dalam selang elastis pada kondisi layanan yang biasa. Untuk batang yang mengalami tarik, beban pada saat tegangan di bahan mencapai limit elastis dinyatakan dengan titik A di kurva beban-peralihan (Gambar 5.14). Selama dan tidak ada perpanjangan permanen yang tersisa. Jadi, batang ini akan beraksi sebagai pegas elastis, yang menyimpan dan melepaskan energi apabila beban diterapkan dan dihilangkan.

#### A. Perilaku Elastis Linier



**Gambar 5.15** Diagram bebanperalihan untuk batang dari bahan elastis linier

Sekarang kita asumsikan bahwa bahan pembentuk batang mengikuti hukum Hooke sedemikian hingga kurva beban-peralihan adalah garis lurus (Gambar 5.15). Jadi, energi regangan  $U$  yang disimpan di batang tersebut (sama dengan usaha  $W$  yang dilakukan oleh beban) adalah.

$$U = W = \frac{P\delta}{2} \quad (2-29)$$

yang merupakan luas segitiga yang digelapkan OAB dalam gambar tersebut.\*\* Selanjutnya, kita ketahui bahwa hubungan antara beban  $P$  dan perpanjangan  $\delta$  untuk bahan elastis linier dinyatakan dengan persamaan

$$\delta = \frac{PL}{EA} \quad (2-30)$$

Dengan menggabungkan persamaan ini dengan Persamaan (2-29), kita dapat menyatakan energi regangan pada batang elastis linier dalam bentuk sebagai berikut

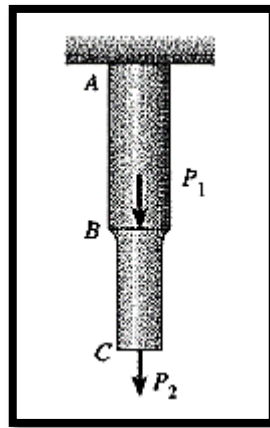
$$U = \frac{P^2 L}{2EA} \quad U = \frac{EA\delta^2}{2L} \quad (2-31a,b)$$

Persamaan pertama menyatakan energi regangan sebagai fungsi dari beban dan yang kedua menyatakannya sebagai fungsi dari perpanjangan. Dari persamaan pertama kita lihat bahwa memperbesar panjang suatu batang akan meningkatkan energi regangan meskipun bebannya tidak berubah (karena lebih banyak bahan yang diregangkan oleh beban). Sebaliknya, meningkatkan modulus

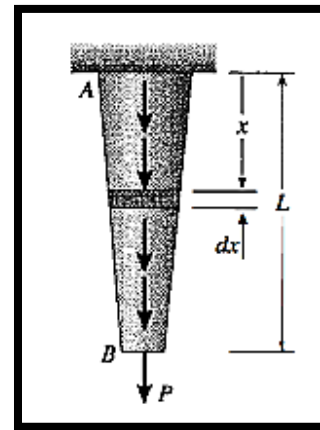


elastisitas atau luas penampang akan mengurangi energi regangan karena regangan di batang berkurang. Ide ini digambarkan dalam Contoh 2-12 dan 2-13. Persamaan energi regangan yang analog dengan Persamaan (2-31a) dan (2-31b) dapat ditulis untuk pegas elastis linier dengan mengganti kekakuan  $EA/L$  dari batang prismatis dengan kekakuan  $k$  suatu pegas. Jadi,

Tentu saja, rumus-rumus ini ekuivalen asalkan  $P = kx$  untuk suatu pegas.



**Gambar 5.16** Batang yang terdiri atas segmen-segmen prismatis yang mempunyai luas penampang dan gaya aksial yang berbeda-beda



**Gambar 5.17** Batang nonprismatis dengan gaya aksial yang bervariasi

Energi regangan total  $U$  pada suatu batang yang terdiri atas beberapa segmen sama dengan jumlah energi regangan dari masing-masing segmen. Sebagai contoh, energi regangan suatu batang yang terlihat dalam Gambar 5.16 sama dengan energi regangan segmen AB ditambah energi regangan segmen BC. Konsep ini dinyatakan dalam bentuk umum dengan persamaan sebagai berikut

$$U = \sum_{i=1}^n U_i \quad (2-33)$$

di mana  $U_i$  adalah energi regangan segmen  $i$  dari batang dan  $n$  adalah banyaknya segmen. (Hubungan ini berlaku apakah bahan berperilaku linier maupun nonlinier.)

Sekarang kita asumsikan bahwa bahan dari batang ini elastis linier dan bahwa gaya aksial konstan di dalam setiap segmen. Kita dapat menggunakan Persamaan (2-31a) untuk mendapatkan energi regangan segmen, dan Persamaan (2-33) menjadi

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 L_i}{2E_i A_i} \quad (2-34)$$

di mana  $N_i$  adalah gaya aksial yang bekerja di segmen  $i$  dan  $L_i$ ,  $E_i$ , dan  $A_i$  adalah besaran segmen  $i$ . (Penggunaan persamaan ini digambarkan dalam Contoh 2-12 dan 2-13 di akhir subbab ini.)

Kita dapat memperoleh energi regangan pada batang nonprismatis dengan gaya aksial yang bervariasi secara kontinu (Gambar 5.17) dengan menerapkan Persamaan (2-31a) untuk elemen diferensial (ditunjukkan dengan bagian yang digelapkan dalam gambar) dan selanjutnya mengintegrasikan di seluruh panjang batang

$$U = \int_0^L \frac{[N(x)]^2 dx}{2EA(x)} \quad (2-35)$$

Di dalam persamaan ini,  $N(x)$  dan  $A(x)$  adalah gaya aksial dan luas penampang pada jarak  $x$  dari ujung batang. (Contoh 2-14 menggambarkan penggunaan persamaan ini.)

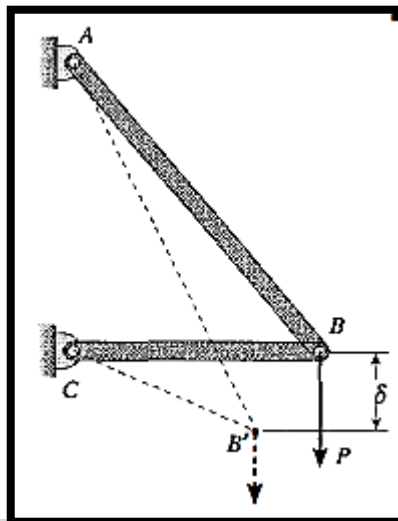
Rumus untuk energi regangan di atas (Persamaan 2-31 sampai 2-35) menunjukkan bahwa energi regangan bukanlah merupakan fungsi linier dari beban, meskipun bahannya bersifat elastis linier. Jadi, perlu diingat bahwa kita tidak dapat memperoleh energi regangan suatu struktur yang memikul lebih dari satu beban dengan menggabungkan energi regangan yang diperoleh dari masing-masing beban secara terpisah. Dalam hal batang nonprismatis yang terlihat dalam Gambar 5.16, energi regangan total bukanlah merupakan jumlah dari energi regangan akibat beban  $P_1$  yang bekerja sendiri dan energi regangan akibat beban  $P_2$  yang bekerja sendiri. Untuk itu, kita harus menghitung energi regangan dengan semua beban yang bekerja secara simultan, sebagaimana akan ditunjukkan dalam Contoh 2-14.

Meskipun kita hanya meninjau elemen tarik di dalam pembahasan energi regangan, semua konsep dan persamaan berlaku sama dengan elemen tekan. Karena kerja yang dilakukan oleh beban aksial adalah positif, tak peduli apakah beban menyebabkan tarik atau tekan, maka energi regangan selalu merupakan besaran positif. Fakta ini juga nyata dalam rumus untuk energi regangan pada batang elastis linier ( seperti Persamaan 2-31 a dan 231b). Rumus-rumus ini selalu positif karena beban dan perpanjangan dikuadratkan.

Energi regangan adalah bentuk dari energi potensial (atau "energi posisi") karena energi ini bergantung pada lokasi relatif partikel-partikel elemen yang membentuk elemen struktur. Apabila suatu batang atau pegas mengalami tekan, maka partikel-partikelnya akan semakin rapat; apabila ditarik, jarak antara partikel akan bertambah. Dalam kedua kasus tersebut energi regangan elemen struktur akan bertambah dibandingkan dengan energi regangan pada posisi tak dibebani.

## B. Peralihan yang Disebabkan oleh Beban Tunggal

Peralihan suatu struktur elastis linier yang memikul hanya satu beban dapat ditentukan dari energi regangannya. Untuk menggambarkan metode ini, tinjaulah rangka batang dua batang (Gambar 5.18) yang dibebani oleh gaya vertikal  $P$ . Tujuan kita adalah untuk menentukan peralihan vertikal  $\delta$  di joint B di mana beban tersebut diterapkan.



**Gambar 5.18** Struktur yang memikul beban tunggal P

Apabila diterapkan perlahan-lahan pada rangka batang tersebut, beban P melakukan usaha pada saat ia bergerak melalui peralihan vertikal  $\delta$ . Namun, ia tidak melakukan usaha pada saat bergerak ke arah lateral, yaitu ke samping. Dengan demikian, karena diagram beban-peralihan adalah linier (lihat Persamaan 2-29 dan Gambar 5.15), maka energi regangan  $U$  yang disimpan dalam struktur tersebut sama dengan kerja yang dilakukan oleh beban, yaitu

$$U = W = \frac{P\delta}{2}$$

sehingga kita dapatkan

$$\delta = \frac{2U}{P} \quad (2-36)$$

Persamaan ini menunjukkan bahwa pada kondisi khusus tertentu, sebagaimana disebutkan di bawah ini, peralihan suatu struktur dapat ditentukan secara langsung dari energi regangan.

Kondisi yang harus dipenuhi agar Persamaan (2-36) berlaku adalah: (1) struktur harus berperilaku elastis linier, dan (2) hanya satu beban yang bekerja pada struktur. Lebih jauh lagi, satu-satunya peralihan yang dapat ditentukan adalah peralihan yang berkaitan dengan beban itu sendiri (artinya, peralihan tersebut harus dalam arah beban dan harus di titik di mana beban itu bekerja). Dengan demikian, metode untuk mencari peralihan sangat terbatas dalam penerapannya dan bukan merupakan indikator yang baik dari pentingnya prinsip energi regangan di dalam mekanika struktur. Sekalipun demikian, metode ini memberikan pengantar pada penggunaan energi regangan. (metode ini digambarkan dalam Contoh 2-15.)

### **C. Rapat Energi-Regangan**

Pada banyak situasi akan lebih mudah jika menggunakan besaran yang disebut rapat energi-regangan, yang didefinisikan sebagai energi regangan per volume satuan bahan. Rumus untuk rapat energi regangan bagi bahan yang elastis linier dapat diperoleh dari rumus untuk energi regangan batang prismatis (Persamaan 2-31 a dan b). Karena energi regangan suatu batang terdistribusi secara merata di seluruh volumenya, maka kita dapat menentukan energi regangan dengan membagi energi regangan total  $U$  dengan volume batang  $AL$ . Jadi, rapat energi regangan, yang ditulis dengan  $u$ , dapat ditulis dalam bentuk:

$$u = \frac{P^2}{2EA^2} \quad u = \frac{E\delta^2}{2L^2} \quad (2-37a,b)$$

Jika kita mengganti  $P/A$  dengan tegangan  $\sigma$  dan  $\delta/L$  dengan regangan  $e$ , maka

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} \quad u = \frac{Ee^2}{2} \quad (2-38a,b)$$

Persamaan-persamaan ini memberikan rapat energi regangan pada bahan elastis linier yang dinyatakan dalam tegangan normal  $\sigma$  dan regangan normal  $e$ .

Persamaan (2-38a dan b) mempunyai interpretasi geometri sederhana. Keduanya sama dengan luas  $\sigma e/2$  dari segitiga di bawah kurva tegangan regangan untuk bahan yang mengikuti hukum Hooke ( $\sigma = Ee$ ). Dalam situasi yang lebih umum di mana bahan tidak mengikuti hukum Hooke, rapat energi-regangan masih sama dengan luas di bawah kurva tegangan regangan, tetapi luas tersebut harus dievaluasi pada masing-masing kasus khusus.

Rapat energi-regangan mempunyai satuan energi dibagi dengan volume. Satuan SI adalah joule per meter kubik ( $J/m^3$ ) dan satuan USCS adalah  $ft\text{-}lb/ft^3$ ,  $lb\text{-}in/lin^3$ , dan satuan-satuan lain yang serupa. Karena semua satuan ini dapat susut menjadi satuan tegangan (ingat bahwa  $1 J = 1 N\cdot m$ , maka kita dapat juga menggunakan satuan seperti pascal (Pa) dan psi untuk rapat energi-regangan.

Rapat energi regangan untuk bahan yang mengalami tegangan hingga mencapai limit proporsionalnya disebut modulus resiliensi  $u_r$ . Ini dapat dihitung dengan memasukkan limit proporsional  $\sigma_{Pl}$  ke dalam Persamaan(2-38a):

$$u_r = \frac{\sigma_{Pl}^2}{2E} \quad (2-39)$$

Sebagai contoh, bahan baja lunak yang mempunyai  $\sigma_P = 30.000$  psi dan  $E = 30 \times 10^6$  psi mempunyai modulus resiliensi  $u_r = 1.5$  psi (atau 1.03 kPa). Catat bahwa modulus resiliensi sama dengan luas di bawah kurva tegangan-regangan sampai limit proporsional. Resiliensi menunjukkan kemampuan bahan untuk menyerap dan melepaskan energi di dalam selang elastis.

Besaran lain, yang disebut ketangguhan (toughness), mengandung arti kemampuan suatu bahan untuk menyerap energi tanpa mengalami fraktur. Modulus yang berkaitan dengan itu, disebut modulus ketangguhan  $u_1$ , adalah rapat energi regangan apabila suatu bahan mengalami tegangan hingga titik kegagalan. Ini sama dengan luas di bawah keseluruhan kurva tegangan-regangan. Semakin tinggi modulus ketangguhan, semakin besar kemampuan bahan itu untuk menyerap energi tanpa gagal. Harga modulus ketangguhan yang tinggi merupakan hal yang penting apabila suatu bahan mengalami beban kejut (lihat Subbab 2.8)

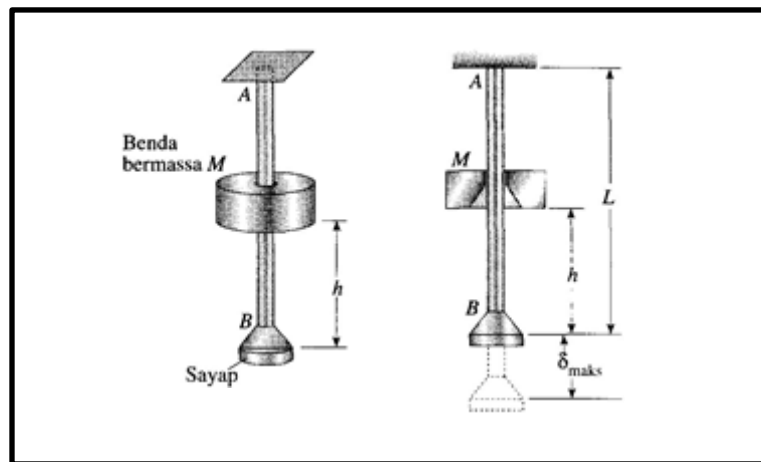
Rumus untuk rapat energi regangan (Persamaan 2-37 sampai 2-39) diturunkan untuk tegangan uniaksial, artinya untuk bahan yang hanya mengalami tarik atau tekan. Rumus energi regangan untuk keadaan tegangan yang lebih umum dibahas di dalam Bab 7.

## BAB VI BEBAN KEJUT

Mata Kuliah	Topik	Tujuan Pembelajaran
<b>Mekanika Kekuatan Material I ( HMKK319 )</b>	1. Beban Kejut 2. Beban Berulang dan Fatik	1. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Beban Kejut 2. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Beban Berulang dan Fatik

## 6.1 BEBAN KEJUT

Beban dapat dikelompokkan sebagai statik atau dinamik bergantung pada apakah beban itu tetap konstan atau bervariasi terhadap waktu. Beban statik diterapkan perlahan-lahan sedemikian hingga tidak menyebabkan efek dinamik atau getaran pada struktur. Beban berubah perlahan-lahan dari nol hingga mencapai harga maksimumnya, sehingga tetap konstan. Beban dinamik dapat mempunyai berbagai bentuk-beberapa beban diterapkan dan dihilangkan secara tiba-tiba (beban kejut), ada pula yang berangka waktu lama dan berubah-ubah secara kontinu terhadap waktu (beban yang berfluktuasi). Beban kejut dihasilkan apabila dua benda bertumbukan atau apabila benda jatuh dan mengenai suatu struktur.



**Gambar 6.1** Beban kejut pada batang prismatis AB akibat jatuhnya benda dengan massa  $M$

Beban yang berfluktuasi dihasilkan oleh mesin yang berputar, lalu lintas, angin, gelombang air, gempa bumi, dan proses pembuatan di pabrik.

Sebagai contoh bagaimana suatu struktur merespon beban dinamik, kita akan membahas kejut yang terjadi akibat jatuhnya benda ke suatu batang prismatis (Gambar 6.1). Sebuah massa  $M$ , yang mula-mula dalam keadaan diam, jatuh dari tinggi  $h$  ke sayap di ujung bawah batang  $AB$ . Apabila massa tersebut menumbuk sayap, maka batang akan mulai memanjang, sehingga menimbulkan tegangan dan regangan aksial di batang. Pada selang waktu yang sangat singkat, mungkin hanya beberapa milidetik, sayap akan bergerak ke bawah dan mencapai posisi peralihan maksimum. Dengan demikian, batang akan memendek, lalu memanjang, lalu

memendek lagi yang berarti batang bergetar secara longitudinal dan ujung batang bergerak ke atas dan bawah. Getaran ini analog dengan yang terjadi apabila suatu pegas ditarik dan kemudian dilepaskan. Getaran batang akan berhenti karena efek redaman, dan batang akan diam dengan massa  $M$  akan terletak pada sayap.

Respons suatu batang terhadap massa yang jatuh tentu saja sangat rumit, dan analisis lengkap dan akurat membutuhkan penggunaan teknik matematika lanjut. Sekalipun demikian, kita dapat membuat analisis pendekatan dengan menggunakan konsep energi regangan. (Subbab 2.7) dan membuat beberapa asumsi yang menyederhanakan.

Kita mulai dengan meninjau energi suatu sistem sesaat sebelum massa dilepaskan (Gambar 6.1a). Energi potensial massa terhadap elevasi sayap adalah  $Mgh$ , di mana  $g$  adalah percepatan gravitasi. Energi potensial ini dikonversikan menjadi energi kinetik pada saat massa jatuh. Pada saat massa menumbuk sayap, energi potensialnya terhadap elevasi sayap adalah nol dan energi kinetiknya adalah  $Mv^2/2$  di mana  $v = \sqrt{2gh}$  adalah kecepatannya. Setelah tumbukan terjadi, energi kinetik massa ditransformasikan menjadi energi regangan batang yang meregang. Sebagian energi terdisipasi menjadi panas atau menjadi deformasi plastis yang terlokalisasi pada massa dan sayap. Sebagian kecil masih sebagai energi kinetik dari massa, yang mungkin bergerak ke bawah lebih jauh lagi (selama masih kontak dengan sayap) atau memantul ke atas. Dalam satuan SI, percepatan gravitasi  $g = 9,81 \text{ m/detik}^2$ ; dalam satuan USCS,  $g = 32,2 \text{ ft/detik}^2$ . Untuk harga yang lebih akurat atau untuk pembahasan tentang massa dan berat, lihat Lampiran A. Dalam dunia teknik, kecepatan biasanya dipandang sebagai besaran vektor. Namun, karena energi kinetik merupakan besaran skalar, maka kita akan menggunakan sebutan "kecepatan" yang berarti besarnya kecepatan atau kelajuan.

Untuk membuat analisis yang disederhanakan dari situasi yang sebenarnya, kita akan mengidealisasikan perilaku ini dengan membuat asumsi-asumsi sebagai berikut. Pertama, kita asumsikan bahwa massa dan sayap mempunyai konstruksi sedemikian hingga massa "menempel" ke sayap dan bergerak ke bawah bersama-sama (dengan perkataan lain, massa tidak memantul). Perilaku ini lebih



mungkin terjadi apabila massa tersebut jauh lebih besar dibandingkan massa batang. Kedua, kita abaikan semua energi yang hilang dan asumsikan bahwa energi kinetik dari massa yang jatuh berubah seluruhnya menjadi energi regangan batang. Asumsi ini konservatif dalam arti bahwa ini akan memprediksi tegangan yang lebih besar di batang dibandingkan dengan yang diprediksi apabila kita memperhitungkan kehilangan energi. Ketiga, kita abaikan semua perubahan energi potensial pada batang itu sendiri (akibat gerakan vertikal elemen batang), dan kita abaikan adanya energi regangan di batang akibat berat sendirinya. Kedua efek ini sangat kecil. Keempat, kita asumsikan bahwa tegangan di batang tetap berada dalam daerah elastis linier. Akhirnya, kita anggap bahwa distribusi tegangan di seluruh batang sama dengan apabila batang tersebut dibebani secara statis oleh gaya di ujung bawah, artinya tegangan terbagi rata di seluruh volume batang. Kondisi ini hanya merupakan pendekatan karena dalam kenyataannya gelombang tegangan longitudinal akan menjalar melalui batang, sehingga menyebabkan variasi dalam distribusi tegangan.

Berdasarkan atas asumsi-asumsi di atas, kita dapat menghitung perpanjangan maksimum dan tegangan tarik maksimum yang dihasilkan oleh beban kejut. (Ingat bahwa kita mengabaikan berat sendiri batang dan mencari tegangan akibat massa yang jatuh saja.)

#### **A. Perpanjangan Maksimum pada Batang**

Perpanjangan maksimum  $\delta_{maks}$  (Gambar 6.1b) dapat diperoleh dari prinsip konservasi energi dengan menyamakan energi potensial yang hilang pada saat jatuhnya massa dengan energi regangan yang timbul di batang. Energi potensial yang hilang adalah  $W(h + \delta_{maks})$ , di mana  $W = Mg$  adalah berat massa dan  $(h + \delta_{maks})$  adalah jarak yang dilalui pada saat massa tersebut bergerak. Energi regangan batang adalah  $EA\delta_{maks}^2/2L$ , di mana  $EA$  adalah rigiditas aksial, dan  $L$  adalah panjang batang (lihat Persamaan 2-31 b). Jadi, kita mendapatkan persamaan berikut:

$$W(h + \delta_{\text{maks}}) = \frac{EA\delta_{\text{maks}}^2}{2L} \quad (2-43)$$

Persamaan ini adalah kuadrat dalam  $\delta_{\text{maks}}$  dan dapat dipecahkan untuk mencari akar positif yaitu

$$\delta_{\text{maks}} = \frac{WL}{EA} + \left[ \left( \frac{WL}{EA} \right)^2 + 2h \left( \frac{WL}{EA} \right) \right]^{1/2} \quad (2-44)$$

Catat bahwa perpanjangan maksimum batang bertambah jika berat massa atau tinggi  $h$  bertambah. Perpanjangan akan hilang jika kekakuan  $EA/L$  bertambah.

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk yang lebih sederhana dengan menggunakan notasi

$$\delta_{\text{st}} = \frac{WL}{EA} \quad (2-45)$$

di mana  $\delta_{\text{st}}$  adalah perpanjangan batang akibat berat benda yang jatuh pada kondisi pembebanan statik. Persamaan (2-44) menjadi

$$\delta_{\text{maks}} = \delta_{\text{st}} + (2h\delta_{\text{st}})^{1/2} \quad (2-46)$$

Dari persamaan ini kita lihat bahwa perpanjangan batang akibat beban kejut jauh lebih besar daripada jika beban yang sama diterapkan secara statik. Sebagai contoh, misalkan bahwa tinggi  $h$  adalah 40 kali peralihan statik  $\delta_{\text{st}}$ ; perpanjangan maksimum akan menjadi 10 kali perpanjangan statik.

Apabila tinggi  $h$  besar dibandingkan dengan perpanjangan statik, maka kita dapat mengabaikan suku pertama dan kedua pada bagian kanan Persamaan (2-46) dan mendapatkan

$$\delta_{\text{maks}} = \sqrt{2h\delta_{\text{st}}} = \sqrt{\frac{Mv^2L}{EA}} \quad (2-47)$$

di mana  $M = W/g$  dan  $v = \sqrt{-2gh}$  adalah kecepatan massa yang jatuh apabila massa tersebut menumbuk sayap. Persamaan ini dapat pula diperoleh secara langsung dari Persamaan (2-43) dengan mengabaikan  $\delta_{\text{maks}}$  di bagian kanan

persamaan dan mencari  $\delta_{maks}$ . Dengan diabaikannya suku-suku tsb, maka harga  $\delta_{maks}$  yang dihitung dari Persamaan (2-47) selalu lebih kecil daripada yang dihitung dari Persamaan (2-46).

## B. Tegangan Maksimum di Batang

Tegangan maksimum dapat dihitung dengan mudah dari perpanjangan maksimum karena kita menganggap bahwa distribusi tegangan terbagi merata di seluruh panjang batang. Dari persamaan umum  $\delta = PUEA = aUE$ , kita ketahui bahwa

$$\sigma_{maks} = \frac{E\delta_{maks}}{L} \quad (2-48)$$

Dengan memasukkan Persamaan (2-44), kita peroleh persamaan berikut untuk tegangan tarik maksimum:

$$\sigma_{maks} = \frac{W}{A} + \left[ \left( \frac{W}{A} \right)^2 + \frac{2WhE}{AL} \right]^{1/2} \quad (2-49)$$

Dengan menggunakan notasi

$$\sigma_{st} = \frac{W}{A} = \frac{Mg}{A} = \frac{E\delta_{st}}{L} \quad (2-50)$$

di mana  $\sigma_{st}$  adalah tegangan apabila beban bekerja secara statik, maka kita dapat menulis Persamaan (2-49) dalam bentuk

$$\sigma_{maks} = \sigma_{st} + \left( \sigma_{st}^2 + \frac{2hE}{L}\sigma_{st} \right)^{1/2} \quad (2-51)$$

Persamaan ini analog dengan Persamaan (2-46) dan sekali lagi menunjukkan bahwa beban kejut menghasilkan efek yang lebih besar daripada apabila beban yang sama diterapkan secara statik.

Dengan meninjau kasus di mana tinggi  $h$  adalah besar dibandingkan dengan perpanjangan batang (bandingkan dengan Persamaan 2-47), kita peroleh

$$\sigma_{maks} = \sqrt{\frac{2hE\sigma_{st}}{L}} = \sqrt{\frac{Mv^2E}{AL}} \quad (2-52)$$

Dari hasil ini kita lihat bahwa peningkatan energi kinetik  $Mv^2/2$  pada massa yang jatuh akan memperbesar tegangan, sedangkan penambahan volume AL pada batang akan mengurangi tegangan. Situasi ini berbeda dengan tarik statik batang, di mana tegangan tidak bergantung pada panjang  $L$  dan modulus elastisitas  $E$ .

Persamaan-persamaan di atas untuk perpanjangan maksimum dan tegangan maksimum berlaku hanya pada saat sayap batang ada di posisi terbawah. Sesudah perpanjangan maksimum tercapai di batang, batang akan bergetar secara aksial sampai menjadi diam pada perpanjangan statik. Sejak itu, perpanjangan dan tegangan mempunyai harga yang diberikan dengan Persamaan (2-45) dan (2-50).

### C. Faktor Kejut

Rasio respons dinamik suatu struktur terhadap respons statik ( untuk beban yang sama) disebut faktor kejut. Sebagai contoh. faktor kejut untuk perpanjangan batang dalam Gambar 6.1 adalah rasio antara perpanjangan maksimum (Persamaan 2-44, 2-46, atau 2-47) terhadap perpanjangan statik (Persamaan 2-45):

$$\text{Faktor kejut} = \frac{\delta_{\text{maks}}}{\delta_{\text{st}}} \quad (2-53)$$

Faktor ini menunjukkan berapa kali perpanjangan statik diperbesar akibat efek dinamik suatu kejut. Persamaan yang analog dengan Persamaan (2-53) dapat ditulis untuk faktor kejut lain, misalnya faktor kejut untuk tegangan di batang (rasio  $\sigma_{\text{maks}}$  terhadap  $\sigma_{\text{st}}$ ). Apabila suatu massa jatuh melalui tinggi yang sangat besar, maka faktor kejut dapat sangat besar, misalnya 100 atau lebih.

### D. Beban yang Diterapkan secara Tiba-tiba

Suatu kasus khusus dari kejut terjadi apabila suatu beban diterapkan tiba-tiba dengan kecepatan awal. Untuk menjelaskan jenis pembebanan seperti ini, tinjau lagi batang prismatis vertikal yang terlihat dalam Gambar 6.1 dan asumsikan bahwa massa yang menggelincir direndahkan perlahan-lahan sampai

menyentuh sayap. Selanjutnya massa secara tiba-tiba dilepaskan. Meskipun dalam hal ini tidak ada energi kinetik pada awal ekstensi batang, perilaku ini berbeda dengan beban statik pada batang. Pada kondisi beban statik, beban dilepas perlahan-lahan dan keseimbangan selalu ada antara beban yang diterapkan dan gaya tahanan di batang. Namun, tinjaulah apa yang terjadi apabila massa dilepaskan tiba-tiba dari titik kontak dengan flens. Mula-mula perpanjangan batang dan tegangan di batang adalah nol, tetapi massa bergerak ke bawah akibat aksi dari berat sendiri. Selama gerakan ini, batang memanjang dan gaya tahanannya secara bertingkat bertambah. Gerakan ini terus terjadi sampai pada saat gaya tahanan tepat sama dengan  $W$ , berat massa. Pada saat itu perpanjangan batang adalah  $8s_r$ . Namun, massa sekarang mempunyai energi kinetik, yang diperoleh selama bergerak ke bawah sejauh  $0.81h$ . Dengan demikian, massa terus bergerak ke bawah sampai kecepatannya dinolkan oleh gaya tahanan di batang. Perpanjangan maksimum untuk kondisi ini diperoleh dari Persamaan (2-46) dengan menetapkan  $h$  sama dengan nol jadi :

$$\delta_{maks} = 2\delta_{st} \quad (2-54)$$

Dari persamaan ini kita lihat bahwa beban yang diterapkan tiba-tiba menyebabkan perpanjangan dua kali lebih besar dibandingkan perpanjangan yang disebabkan oleh beban yang sama yang diterapkan secara statik. Jadi, faktor kejut adalah 2.

Sesudah perpanjangan maksimum  $2\delta_{st}$  dicapai, ujung batang akan bergerak ke atas dan memulai serangkaian getaran ke atas dan ke bawah, akhirnya berhenti pada kondisi perpanjangan statik yang dihasilkan oleh berat sendiri massa.

### **E. Kehilangan Energi dan Efek Inelastis**

Analisis di atas didasarkan atas asumsi bahwa tidak ada energi yang hilang selama kejut. Nyatanya, kehilangan energi selalu terjadi selama kejut, dengan sebagian besar didisipasikan dalam bentuk panas dan deformasi lokal

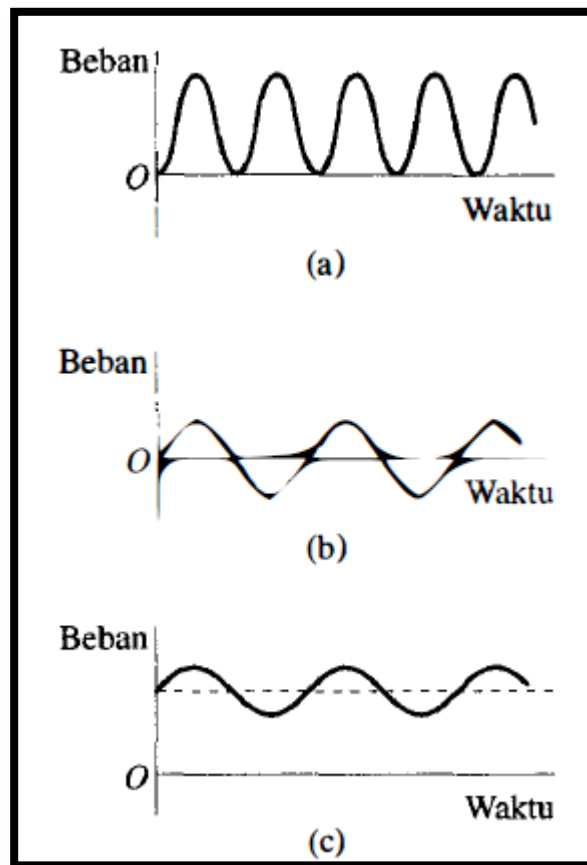
bahan. Karena kehilangan ini, energi kinetik suatu sistem sesaat sesudah suatu kejut lebih kecil daripada sebelum kejut. Akibatnya, lebih sedikit energi yang dikonversikan menjadi energi regangan batang dibandingkan yang kita asumsikan sebelum ini. Karena itu, peralihan aktual di ujung batang dalam Gambar 6.1 lebih kecil daripada yang diprediksi dengan analisis sederhana yang kita lakukan.

Kita juga telah berasumsi bahwa tegangan di batang tetap berada dalam limit proporsional. Jika tegangan maksimum melebihi limit ini, maka analisis menjadi lebih rumit karena perpanjangan batang tidak lagi proporsional dengan gaya aksial. Faktor-faktor lain yang perlu ditinjau adalah efek-efek gelombang tegangan, redaman, dan ketidaksempurnaan pada permukaan kontak. Dengan demikian, kita tidak boleh lupa bahwa semua rumus di dalam subbab ini didasarkan atas kondisi yang sangat diidealisasikan dan hanya memberikan pendekatan kasar mengenai kondisi yang sebenarnya (biasanya agak mengabaikan perpanjangan).

Bahan yang menunjukkan keuletan besar selewat limit proporsional biasanya memberikan tahanan jauh lebih besar terhadap beban kejut dibandingkan dengan bahan getas. Juga, batang dengan takikan, lubang, dan bentuk-bentuk konsentrasi tegangan lainnya (lihat Subbab 2.9 dan 2.10) sangat lemah terhadap kejut-sedikit kejut saja dapat menyebabkan fraktur, meskipun bahan itu sendiri ulet pada pembebanan statik.

## **6.2 BEBAN BERULANG DAN FATIK**

Perilaku suatu struktur bergantung bukan hanya pada sifat bahan melainkan juga pada karakter beban. Ada situasi di mana beban adalah statis-beban dikerjakan secara perlahan-lahan, bekerja untuk jangka waktu lama, dan berubah secara perlahan-lahan. Beban lain ada yang bersifat dinamis contohnya adalah beban kejut yang bekerja tiba – tiba (Subbab 2.8) dan beban berulang yang terjadi sejumlah besar siklus.



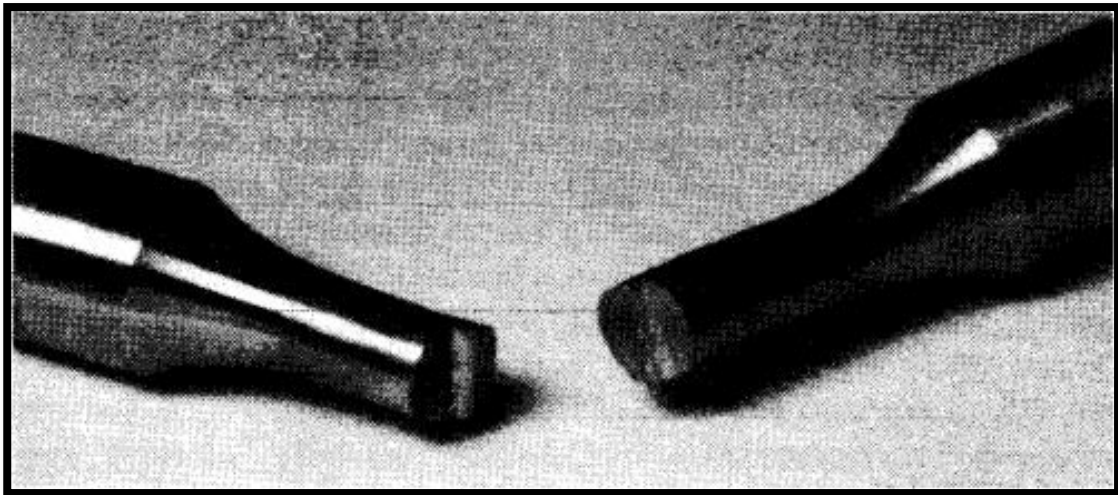
**Gambar 6.2** Jenis-jenis beban berulang: (a) beban yang bekerja pada satu arah saja, (b) beban berganti atau berubah arah, dan (c) beban berfluktuasi yang bervariasi di sekitar harga rata-rata

Pola khas beban berulang ditunjukkan dalam Gambar 6.2. Gambar pertama (a) menunjukkan beban yang diterapkan, dihilangkan, dan diterapkan lagi, selalu bekerja dalam arah yang sama. Gambar kedua (b) menunjukkan beban berganti yang berubah arah setiap siklus pembebanan, dan gambar ketiga (c) menggambarkan beban berfluktuasi yang bervariasi di sekitar harga rata – rata. Beban berulang biasanya berkaitan dengan mesin, turbin, generator, propeler, bagian – bagian pesawat, bagian – bagian mobil, dan sebagainya. Beberapa jenis struktur ini mengalami jutaan (atau bahkan milyaran) siklus pembebanan selama masa gunanya.

Suatu struktur yang mengalami beban dinamik cenderung gagal pada tegangan yang lebih rendah dibandingkan dengan beban yang sama yang diterapkan secara statik, khususnya bila beban berulang sebanyak sejumlah besar siklus. Pada

kasus seperti ini, kegagalan biasanya disebabkan oleh fatik atau fraktur progresif. Contoh terkenal kegagalan fatik adalah peristiwa memberikan tegangan pada klip (penjepit kertas) logam hingga mencapai titik putusnya dengan berulang kali melenturkannya bolak – balik. Sebetulnya jika klip dilenturkan hanya sekali, dia tidak akan putus. Tetapi bila dia dilenturkan ke arah sebaliknya, dan jika keseluruhan siklus pembebanan diulang beberapa kali, akhirnya klip akan putus. Fatik dapat didefinisikan sebagai rusaknya bahan akibat siklus tegangan dan regangan yang berulang kali, yang menyebabkan terjadinya retak progresif dan pada akhirnya menghasilkan fraktur.

Pada kegagalan fatik yang khas, retak mikroskopik terbentuk di titik di mana ada tegangan tinggi (biasanya di pemusatan tegangan, yang dibahas di subbab berikut) dan secara perlahan-lahan membesar karena beban diberikan secara berulang-ulang. Apabila retak menjadi sedemikian besar sehingga bahan yang tersisa tidak dapat menahan beban, maka fraktur tiba – tiba pada bahan terjadi (Gambar 6.3). Tergantung pada sifat bahan, jumlah siklus untuk menghasilkan kegagalan fatik bisa bervariasi dari hanya sedikit saja sampai ratusan juta siklus.



**Gambar 6.3** Kegagalan fatik suatu batang yang dibebani berulang secara tarik; retak menyebar secara gradual di penampang sampai fraktur terjadi tiba-tiba (Atas izin MTS Systems Corporation)

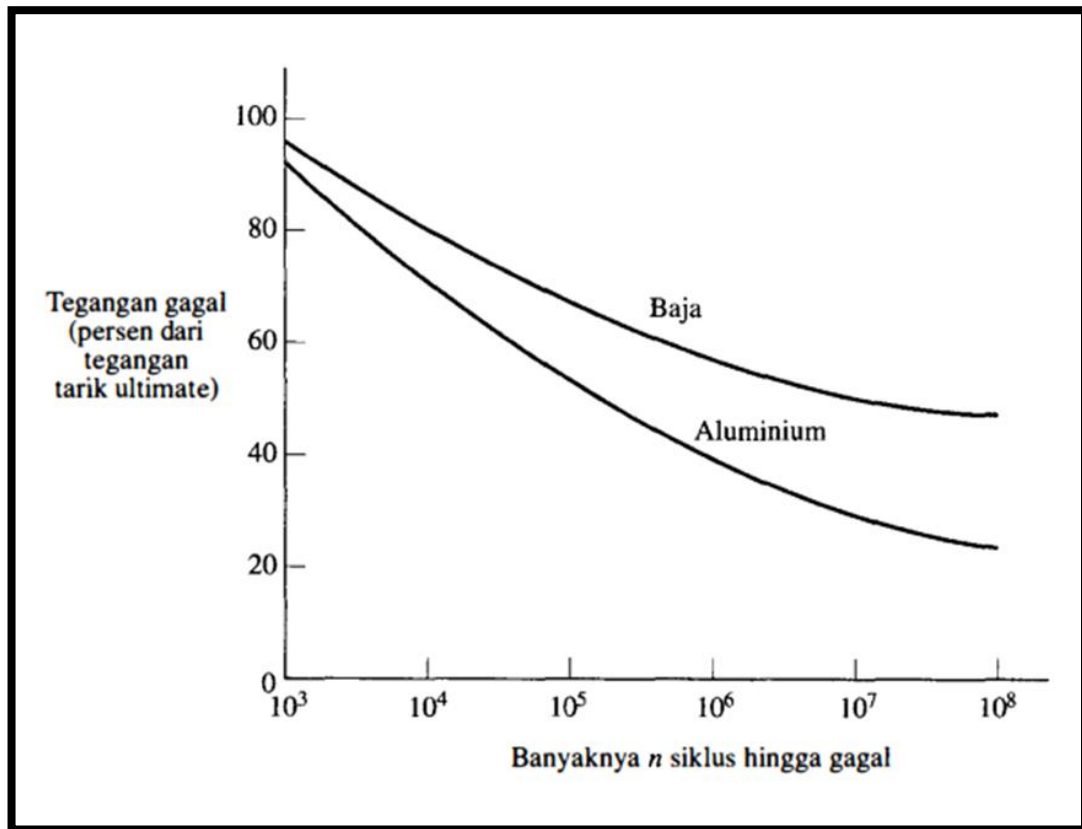
Sebagaimana telah disebutkan, besarnya beban yang menyebabkan kegagalan fatik lebih kecil daripada beban yang dapat ditahan secara statis. Untuk



menentukan beban gagal, pengujian bahan harus dilakukan. Dalam hal beban berulang, bahan diuji pada berbagai taraf tegangan dan banyaknya siklus hingga gagal dihitung. Sebagai contoh, suatu benda uji dari suatu bahan diletakkan pada mesin uji fatik dan dibebani berulang pada tegangan tertentu, katakanlah  $\sigma_1$ . Siklus pembebanan diteruskan sampai kegagalan terjadi, dan banyak  $n$  siklus pembebanan hingga gagal dicatat. Pengujian ini diulang untuk tegangan yang berbeda, katakanlah  $\sigma_2$ . Jika  $\sigma_2$  lebih besar daripada  $\sigma_1$ , maka banyaknya siklus hingga gagal akan lebih kecil. Jika  $\sigma_2$  lebih kecil daripada  $\sigma_1$  maka bilangan tersebut akan lebih besar. Akhirnya, data yang digunakan untuk memplot **kurva ketahanan**, atau **diagram S-N**, di mana tegangan gagal (S) diplot versus banyaknya (N) siklus hingga gagal (Gambar 6.4). Sumbu vertikal biasanya berskala linier dan sumbu horizontal biasanya merupakan skala logaritma.

Kurva ketahanan seperti terlihat dalam Gambar 6.4 menunjukkan bahwa semakin kecil tegangan, semakin banyak siklus yang menyebabkan kegagalan. Untuk beberapa bahan, kurva tersebut mempunyai asimtot horizontal sebagai **limit fatik** atau **limit ketahanan**. Apabila limit itu ada, maka limit itu adalah batas: untuk tegangan yang lebih kecil daripada itu kegagalan fatik tidak akan terjadi, tak peduli berapa kali beban berulang. Bentuk yang tepat dari kurva ketahanan bergantung pada banyak faktor, termasuk besaran bahan, geometri benda uji, kecepatan pengujian, pola pembebanan, dan kondisi permukaan benda uji. Banyak sekali hasil pengujian fatik, yang terbuat dari banyak sekali bahan dan komponen struktural, telah dilaporkan dalam berbagai literatur teknik.

Diagram S-N yang khas untuk baja dan aluminium ditunjukkan dalam Gambar 6.5 Ordinatnya adalah tegangan gagal, yang dinyatakan dalam persentase



tegangan ultimate untuk bahan dan absisnya adalah jumlah siklus pada saat kegagalan terjadi. Perhatikan bahwa banyak siklus diplot pada skala logaritma. Kurva untuk baja menjadi horizontal pada sekitar  $10^7$  siklus, dan limit fatik sekitar 50% dari tegangan tarik ultimate untuk pembebanan statik biasa. Limit fatik untuk aluminium tidak secara jelas terdefinisi tetapi harga yang khas untuk limit fatik adalah tegangan pada  $5 \times 10^8$  siklus, atau sekitar 25% dari tegangan ultimate.

**Gambar 6.5** Diagram S-N yang khas untuk baja dan aluminium pada pembebanan berganti

Karena kegagalan fatik biasanya mulai dengan retak mikroskopik pada titik tegangan tinggi yang terlokalisasi (artinya pada konsentrasi tegangan), kondisi permukaan bahan sangat penting. Benda uji yang sangat dipoles mempunyai limit ketahanan yang lebih tinggi. Permukaan kasar, khususnya yang ada di konsentrasi

tegangan di sekitar lubang atau takikan , sangat menurunkan limit ketahanan. Korosi, yang berarti pembentukan permukaan tak teratur, mempunyai efek yang sama. Untuk baja, korosi biasa dapat mengurangi limit fatik sebanyak lebih dari 50%.

## BAB VII

### KONSENTRASI TEGANGAN

Mata Kuliah	Topik	Tujuan Pembelajaran
<b>Mekanika Kekuatan Material I ( HMKK319 )</b>	1. Konsentrasi Tegangan 2. Prilaku Nonlinier 3. Analisis Elastoplastis	1. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Konsentrasi Tegangan 2. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Prilaku Nonlinier 3. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menjelaskan Analisis Elastoplastis

#### 7.1 KONSENTRASI TEGANGAN

Dalam menentukan tegangan pada batang yang dibebani secara aksial, kita biasanya menggunakan rumus dasar  $\sigma = P/A$  , di mana  $P$  adalah gaya aksial di batang dan  $A$  adalah luas penampang. Rumus ini didasarkan atas asumsi bahwa distribusi tegangan terbagi rata di seluruh penampang. Pada kenyataannya, batang sering mempunyai lubang, takikan, uliran, maupun bentuk – bentuk perubahan geometri yang menimbulkan pola distribusi yang tidak terbagi rata. Diskontinuitas geometri menyebabkan tegangan tinggi pada daerah yang sangat kecil pada batang, dan tegangan tinggi ini disebut **konsentrasi tegangan**. Diskontinuitas itu sendiri dikenal sebagai **peningkat tegangan** (Stress raisers).

Konsentrasi tegangan juga muncul di titik pembebanan. Sebagai contoh, suatu beban terpusat jarang terdistribusi secara merata pada suatu penampang. Yang mungkin terjadi adalah beban tersebut bekerja pada daerah yang sangat kecil dan menghasilkan tegangan tinggi pada daerah di sekitar titik kerja gaya. Contohnya

adalah beban yang diterapkan melalui sambungan sendi, di mana beban diterapkan pada daerah tumpu sendi tersebut.

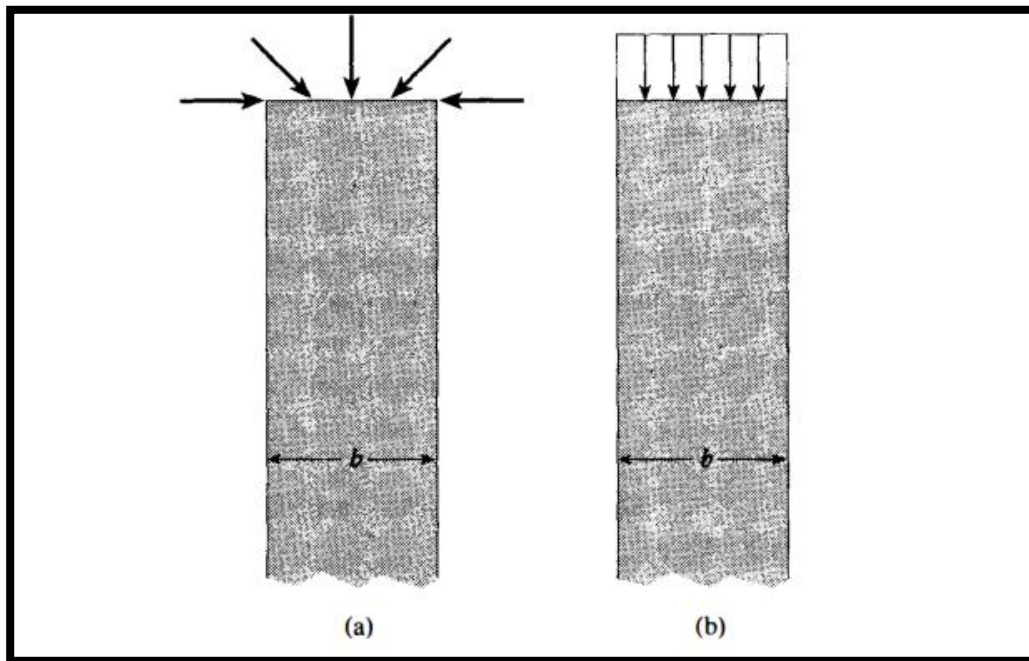
Tegangan yang ada pada konsentrasi tegangan dapat ditentukan baik dengan metode – metode eksperimental, maupun dengan metode – metode analisis lanjut, termasuk metode elemen hingga (finite element). Hasil – hasil penelitian untuk banyak kasus yang menarik telah tersedia dalam banyak literatur teknik (sebagai contoh, Ref 2- 10 dan 2- 11 ). Data konsentrasi tegangan yang khas diberikan dalam subbab ini dan dalam Subbab 3.11 dan 5.13.

### A. Prinsip Saint-Venant

Untuk menggambarkan karakteristik konsentrasi tegangan, tinjaulah tegangan pada batang yang berpenampang persegi panjang (lebar  $b$ , tebal  $t$ ) yang mengalami beban terpusat  $P$  di ujungnya (Gambar 7.1). Tegangan puncak langsung di bawah beban mungkin beberapa kali tegangan rata – rata  $P/bt$ , bergantung pada daerah di mana beban tersebut diterapkan. Sekalipun demikian, tegangan maksimum berkurang dengan cepat apabila kita menjauhi titik penerapan beban, seperti terlihat dalam kurva tegangan –regangan dalam gambar tersebut. Pada lokasi sejauh  $b$  .dari ujung batang, distribusi tegangan sudah hampir terbagi rata, dan tegangan maksimum hanya beberapa persen lebih besar daripada tegangan rata – rata. Pengamatan ini benar untuk kebanyakan pemusatan tegangan, seperti lubang dan takikan. Jadi, kita dapat membuat pernyataan umum bahwa rumus  $\sigma = P/A$  memberikan tegangan aksial hanya jika penampang batang sedikitnya sejauh  $b$  dari lokasi beban terpusat atau diskontinuitas bentuk, di mana  $b$  adalah dimensi lateral terbesar dari batang (misalnya lebar atau diameter).

Pernyataan di atas mengenai tegangan pada batang prismatis merupakan bagian dari pengamatan umum yang dikenal dengan **prinsip Saint-Venant**. Dengan sedikit kekecualian, prinsip ini berlaku untuk benda elastis linier. Untuk memahami prinsip Saint-Venant, bayangkan bahwa kita mempunyai benda dengan sistem pembebanan yang bekerja pada bagian kecil dari permukaannya.

Sebagai contoh, misalkan kita mempunyai batang prismatis yang lebarnya  $b$  yang mengalami sistem beberapa beban terpusat yang bekerja di ujungnya (Gambar 7.1a). Untuk mudahnya, asumsikan bahwa beban adalah simetris dan hanya mempunyai resultan vertikal. Selanjutnya, tinjau sistem beban yang berbeda tetapi ekuivalen secara statis, yang bekerja pada daerah kecil yang sama dari batang ("Ekuivalen secara statis" berarti bahwa kedua sistem gaya mempunyai resultan gaya yang sama dan resultan momen yang sama.) Sebagai contoh, beban yang terdistribusi secara merata yang terlihat dalam Gambar 7.1b ekuivalen secara statis dengan sistem beban terpusat yang terlihat dalam Gambar 7.1a. Prinsip Saint-Venant menyatakan bahwa tegangan di benda yang disebabkan oleh kedua sistem pembebanan ini sama, asalkan kita menjauh dari daerah yang dibebani dengan jarak sedikitnya sama dengan dimensi terbesar dari daerah yang dibebani (Garak  $b$  pada contoh ini). Jadi, distribusi tegangan yang terlihat dalam Gambar 6.9 adalah ilustrasi dari prinsip Saint-Venant. Tentu saja, "prinsip" ini bukan merupakan hukum mekanika yang teliti melainkan pengamatan *common-sense* yang didasarkan atas pengalaman praktis dan teoretis.



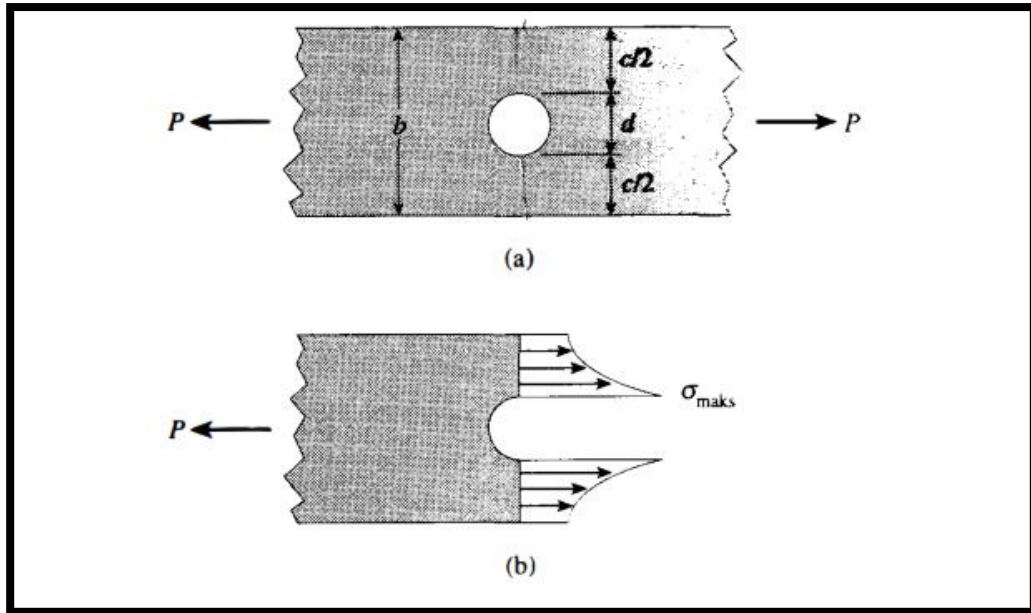
**Gambar 7.1** Ilustrasi prinsip Saint-Venant: (a) sistem beban terpusat yang bekerja pada daerah kecil di suatu batang, dan (b) system yang ekuivalen secara statik

Prinsip Saint-Venant mempunyai sangat banyak arti penting yang praktis di dalam desain dan analisis batang, balok, dan struktur lain yang umum dijumpai dalam mekanika bahan. Karena efek konsentrasi tegangan terlokalisasi, maka kita dapat menggunakan semua rumus tegangan standar (seperti  $\sigma = P/A$ ) di penampang yang cukup jauhnya dari sumber pemusatan. Di dekat sumber, tegangan bergantung pada detail dari beban tersebut dan batang elemen struktur. Selain itu, rumus-rumus yang berlaku pada keseluruhan elemen, seperti rumus untuk perpanjangan, peralihan, dan energi regangan memberikan hasil yang memadai meskipun ada pemusatan tegangan. Penjelasannya terdapat dalam fakta bahwa konsentrasi tegangan selalu terlokalisasi dan mempunyai sedikit pengaruh terhadap perilaku menyeluruh dari elemen struktur.

## **B. Faktor Konsentrasi-Tegangan**

Sekarang kita tinjau beberapa kasus khusus mengenai konsentrasi tegangan yang disebabkan oleh adanya diskontinuitas bentuk suatu batang. Kita mulai dengan sebuah batang yang mempunyai penampang persegi panjang dan

mempunyai lubang lingkaran serta mengalami gaya tarik  $P$  (Gambar 7.2). Batang ini relatif tipis dengan lebar  $b$  jauh lebih besar dibandingkan tebal  $t$ . Juga, lubangnya mempunyai diameter  $d$ .

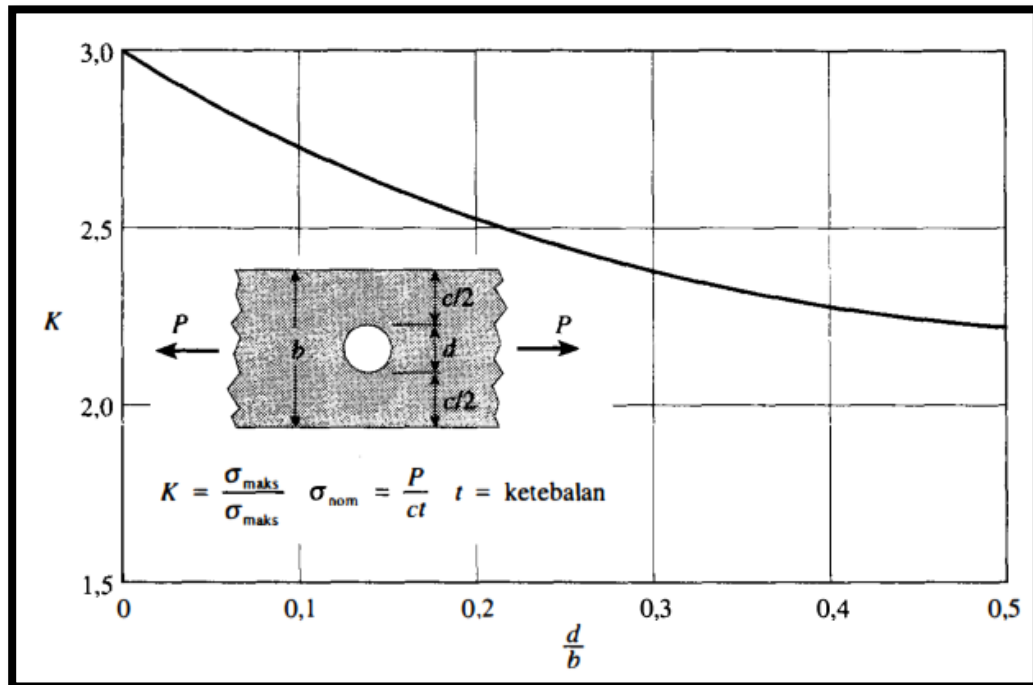


**Gambar 7.2** Distribusi tegangan di batang datar dengan lubang lingkaran

Tegangan normal yang bekerja pada potongan melintang yang melalui lubang mempunyai distribusi seperti terlihat dalam Gambar 7.2b. Tegangan maksimum  $\sigma_{maks}$  terjadi di tepi – tepi lubang dan dapat jauh lebih besar dibandingkan tegangan nominal  $\sigma = P/d$  pada potongan melintang yang sama. (Perhatikan bahwa  $d$  adalah luas neto di potongan melintang yang melalui lubang.) Intensitas konsentrasi tegangan biasanya dinyatakan dengan rasio tegangan maksimum terhadap tegangan nominal, yang disebut **faktor konsentrasi tegangan K**:

Untuk suatu batang yang mengalami tarik, tegangan nominal adalah tegangan rata – rata yang didasarkan atas luas penampang neto. Pada kasus – kasus lain, berbagai tegangan lain mungkin digunakan. Jadi, apabila faktor

konsentrasi tegangan digunakan, maka perlu diketahui dengan baik bagaimana tegangan nominal didefinisikan. Suatu grafik faktor konsentrasi tegangan  $K$  untuk sebuah batang dengan lubang terlihat dalam Gambar 7.3. Jika lubang ini kecil sekali, maka faktor  $K$  sama dengan 3, yang berarti bahwa tegangan maksimum adalah tiga kali tegangan nominal. Apabila lubangnya menjadi lebih besar dibandingkan dengan lebar batang, maka  $K$  menjadi lebih kecil dan efek adanya konsentrasi tidak begitu parah. Dari prinsip Saint-Venant kita ketahui bahwa pada jarak sama dengan lebar  $b$  menjauhi lubang pada salah satu arah aksial, distribusi tegangan praktis sudah terbagi rata dan sama dengan  $P$  dibagi luas penampang bruto ( $\sigma = P/bt$ ), tak peduli berapapun ukuran lubang

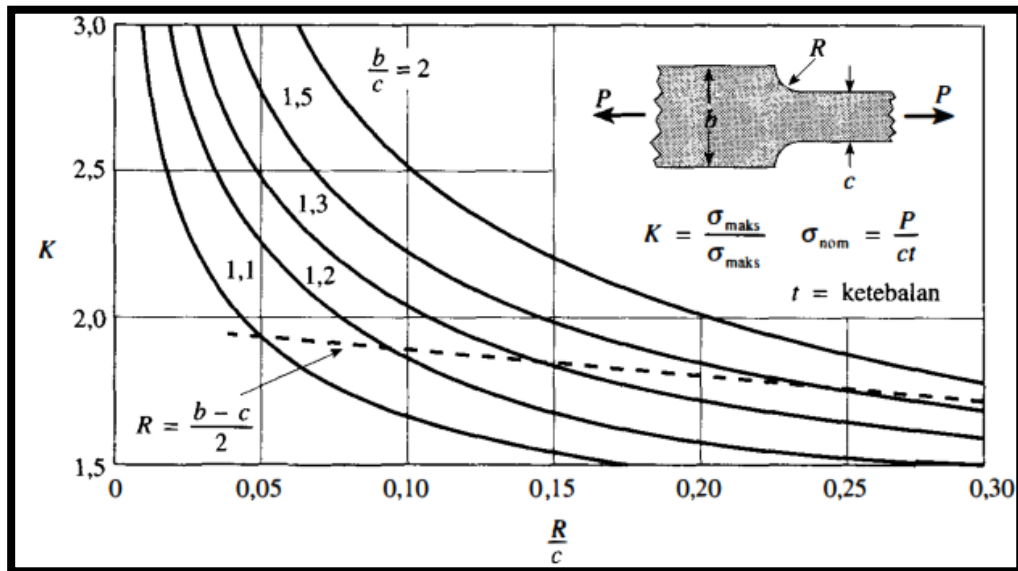


**Gambar 7.3** Faktor konsentrasitegangan  $K$  untuk suatu batang pipih dengan lubang lingkaran.

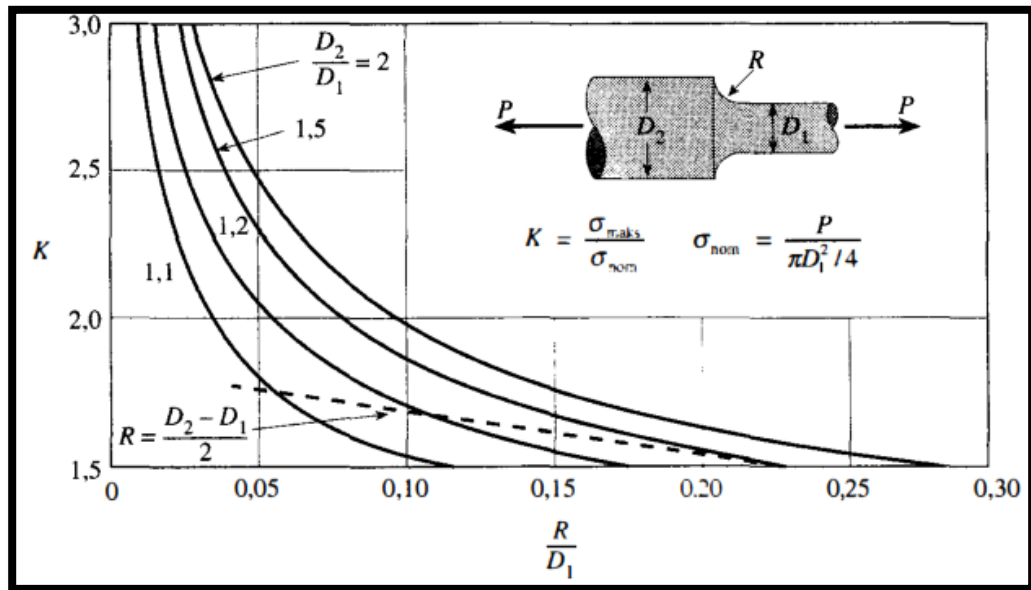
Faktor konsentrasi tegangan untuk dua kasus lain yang menarik terlihat dalam Gambar 7.4 dan 7.5. Kedua grafik ini adalah masing-masing untuk batang datar dan batang lingkaran, yang berkurang secara drastic membentuk bahu (shoulder). Untuk mengurangi efek konsentrasi tegangan, fillet digunakan untuk memperlambat sudut di pojok di mana terjadi perubahan penampang. \* Tanpa



adanya fillet, faktor konsentrasi tegangan akan sangat besar, seperti terlihat di sebelah kiri masing-masing gambar di mana  $K$  mendekati tak hingga bila jari-jari fillet  $R$  mendekati nol. Pada kedua kasus, tegangan maksimum terjadi di bagian yang lebih kecil dari batang di daerah filler.\*\*



**Gambar 7.4** Faktor konsentrasitegangan  $K$  pada batang datar dengan shoulder fillet. Garis terputus untuk fillet seperempat lingkaran.



**Gambar 7.5** Faktor konsentrasitegangan  $K$  pada batang bundar dengan shoulder fillet. Garis terputus untuk fillet seperempat lingkaran.

### C. Desain Terhadap Konsentrasi Tegangan

Karena adanya kemungkinan terjadinya kegagalan fatik, konsentrasi tegangan khususnya penting apabila suatu elemen struktur mengalami beban berulang. Sebagaimana telah diuraikan sebelumnya, retak mulai terjadi di titik di mana terjadi tegangan tinggi dan menjalar secara gradual melalui bahan apabila beban terus berulang. Dalam desain praktek, limit fatik (Gambar 7.6) dipandang sebagai tegangan ultimate untuk bahan apabila banyaknya siklus sangat besar. Tegangan izin diperoleh dengan menerapkan faktor keamanan terhadap tegangan ultimate ini. Kemudian, tegangan puncak di konsentrasi tegangan dibandingkan dengan tegangan izin.

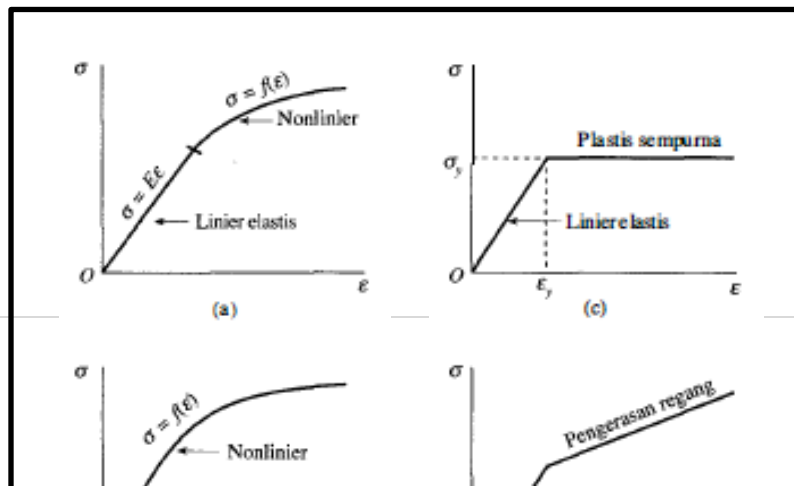
Pada banyak situasi, penggunaan harga teoretis penuh untuk faktor konsentrasi tegangan terlalu berlebihan. Pengujian fatik pada benda uji dengan konsentrasi tegangan biasanya menghasilkan kegagalan pada level tegangan nominal yang lebih tinggi dibandingkan dengan membagi limit fatik dengan  $K$ . Dengan perkataan lain, suatu elemen struktur yang mengalami beban berulang tidak sesensitif konsentrasi tegangan seperti yang diindikasikan oleh  $K$ . Dengan demikian, faktor konsentrasi tegangan yang direduksi sering digunakan.

Jenis lain beban dinamik, seperti beban kejut, juga membutuhkan diperhitungkannya faktor konsentrasi tegangan. Jika informasi yang lebih baik tak tersedia, sebaiknya digunakan faktor konsentrasi tegangan penuh. Elemen struktur yang mengalami temperatur rendah juga sangat mungkin gagal di konsentrasi tegangan sehingga pada kasus tersebut perlu diberikan perhatian khusus.

Pentingnya konsentrasi tegangan apabila suatu elemen struktur mengalami beban statik bergantung pada jenis bahan. Dengan bahan ulet, seperti baja struktural, konsentrasi tegangan seringkali dapat diabaikan. Hal ini disebabkan karena bahan di titik tegangan maksimum (seperti di sekitar lubang) akan luluh dan aliran plastis akan terjadi, sehingga mengurangi intensitas konsentrasi tegangan dan menyebabkan distribusi tegangan mendekati terbagi rata. Sebaliknya, pada bahan getas (seperti kaca) konsentrasi tegangan akan tetap ada sampai terjadinya fraktur. Dengan demikian, kita dapat menarik kesimpulan umum bahwa dengan beban statis dan bahan ulet, efek konsentrasi tegangan tidak begitu penting, tetapi dengan beban statik dan bahan getas, faktor konsentrasi tegangan penuh sebaiknya ditinjau.

## 7.2 PERILAKU NONLINIER

Hingga saat ini, pembahasan kita hanya berkenaan utamanya dengan elemen dan struktur yang terdiri atas bahan yang mengikuti hukum Hooke. Sekarang kita akan meninjau perilaku elemen struktur yang dibebani secara aksial apabila tegangannya melebihi limit proporsional. Pada kasus-kasus tersebut tegangan, regangan, dan peralihan bergantung pada bentuk kurva tegangan-regangan di daerah selewat limit proporsional (lihat beberapa kurva tegangan-regangan yang khas pada Subbab 1.3).



**Gambar 7.6** Tipe-tipe perilaku bahan yang diidealisasikan: (a) kurva tegangan-regangan nonlinier elastis, (b) kurva tegangan-regangan nonlinier biasa, (c) kurva tegangan-regangan nonlinier elastoplastis, (d) kurva tegangan-regangan bilinear

Untuk maksud analisis dan desain, kita sering menggantikan kurva tegangan – regangan aktual suatu bahan dengan **kurva tegangan – regangan yang diidealisasi**, yang dapat dinyatakan sebagai fungsi matematis. Beberapa contoh ditunjukkan dalam Gambar 7.6. Diagram pertama (Gambar 7.6a) terdiri atas dua bagian, daerah elastis linier awal yang diikuti dengan daerah nonlinier yang didefinisikan dengan ekspresi matematis yang cocok. Perilaku paduan aluminium kadang-kadang dapat dinyatakan secara akurat dengan kurva seperti ini, sedikitnya di daerah sebelum regangan menjadi sangat besar (bandingkan Gambar 7.6a dengan Gambar 1-13). Pada contoh kedua (Gambar 7.6b), satu ekspresi matematis digunakan untuk keseluruhan kurva tegangan – regangan. Ekspresi seperti ini yang sangat dikenal adalah hukum tegangan – regangan Ramberg – Osgood, yang akan diuraikan lebih rinci (lihat Persamaan 2-67 dan 2-68).

Diagram tegangan – regangan yang digunakan untuk baja strudural ditunjukkan dalam Gambar 7.6c. Karena baja mempunyai daerah elastis linier yang diikuti dengan daerah luluh yang nyata (lihat kurva tegangan – regangan dalam Gambar 1-10 dan 1-12), perilakunya dapat dinyatakan dengan dua garis lurus. Bahan ini diasumsikan mengikuti hukum Hooke hingga tegangan luluh  $\sigma_y$ . Sesudah tegangan ini, bahan tersebut akan luluh pada tegangan konstan. Perilaku yang disebut terakhir ini disebut **plastisitas sempuma**. Daerah plastis sempuma akan terus hingga

regangan mencapai 10 sampai 20 kali lebih besar dari pada regangan luluh. Suatu bahan yang mempunyai kurva tegangan-regangan seperti ini disebut **bahan elasto-plastis** (atau bahan *elastis-plastis*).

Akhirnya, pada saat regangan menjadi sangat besar, kurva tegangan – regangan untuk baja meningkat di atas tegangan luluh akibat pengerasan regang (strain hardening), seperti diuraikan dalam Subbab 1.3. Namun, pada saat strain hardening dimulai, peralihan sudah sedemikian besarnya sehingga struktur akan menjadi tidak bermanfaat. Akibatnya, analisis struktur baja yang didasarkan atas diagram elastoplastis seperti terlihat dalam Gambar 7.6c dengan diagram tarik dan tekan dianggap sama adalah hal yang umum dilakukan. Analisis yang dilakukan dengan asumsi ini disebut analisis elastoplastis, atau singkatnya analisis plastis, dan diuraikan dalam subbab berikut. Gambar 7.6d menunjukkan diagram tegangan-regangan yang terdiri atas dua garis yang mempunyai kemiringan yang berbeda, yang disebut diagram tegangan – regangan bilinear. Perhatikan bahwa di kedua bagian diagram tersebut hubungan antara tegangan dan regangan adalah linier, tetapi hanya pada bagian pertama saja tegangan sebanding dengan regangan (mengikuti hukum Hooke). Diagram yang diidealisasikan ini dapat digunakan untuk merepresentasikan bahan dengan strain hardening atau sebagai pendekatan untuk diagram dengan bentuk nonlinier lain seperti terlihat dalam Gambar 7.6a dan b.

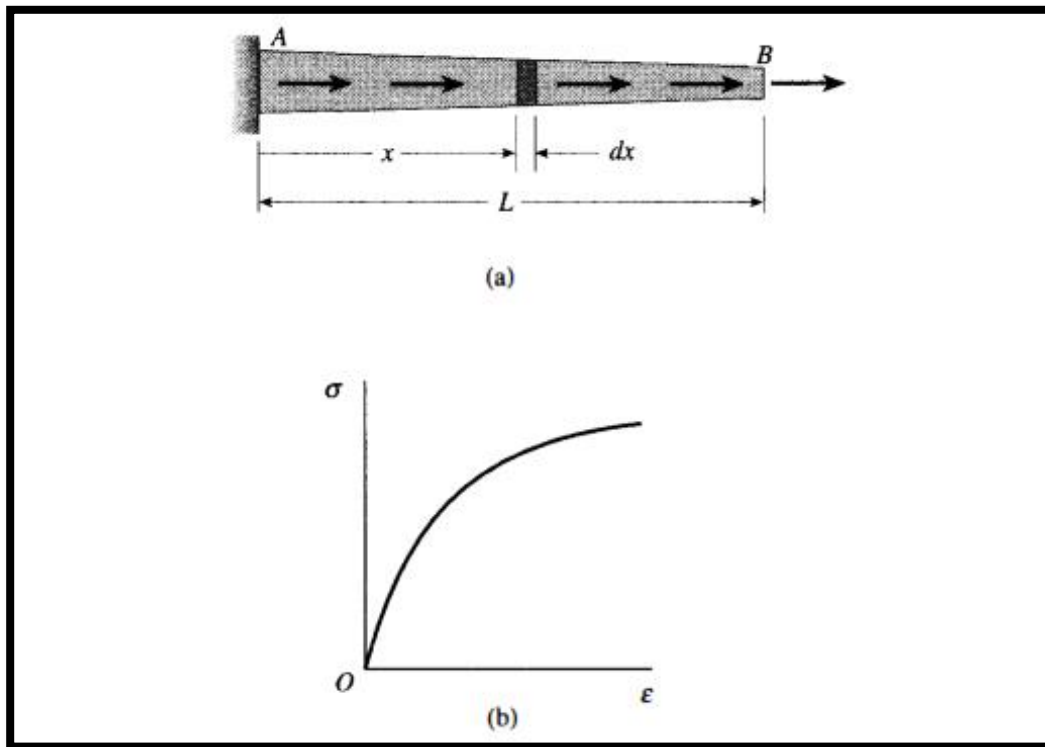
#### **A. Perubahan Panjang Batang**

Perpanjangan atau perpendekan suatu batang dapat ditentukan jika kurva tegangan – regangan bahan diketahui. Untuk menggambarkan prosedur umum, kita akan meninjau batang yang meruncing **AB** yang terlihat dalam Gambar 7.6a. Baik luas penampang maupun gaya aksial bervariasi di sepanjang batang, dan bahannya mempunyai kurva tegangan – regangan nonlinier (Gambar 7.6b). Karena batang ini statis tertentu, maka kita dapat menentukan gaya aksial di semua penampang dari tinjauan keseimbangan saja. Kemudian, kita dapat mencari tegangan dengan cara membagi gaya dengan luas penampang, dan kita dapat mencari regangan dari kurva tegangan – regangan. Akhirnya, kita dapat

menentukan perubahan panjang dari regangan, sebagaimana diuraikan dalam paragraf berikut ini. Perubahan panjang suatu elemen  $dx$  dari suatu batang (Gambar 7.6a) adalah  $\epsilon dx$ , di mana  $\epsilon$  adalah regangan pada jarak  $x$  dari ujung. Dengan mengintegrasikan rumus ini dari satu ujung batang ke ujung lainnya, kita peroleh perubahan panjang batang:

$$\delta = \int_0^L \epsilon dx \quad (2-65)$$

di mana  $L$  adalah panjang batang. Jika regangan dinyatakan dengan rumus analitis, maka Persamaan (2-65) dapat diintegrasikan dengan rumus matematika sehingga rumus perubahan panjang dapat diperoleh. Jika tegangan dan regangan dinyatakan secara numerik, artinya suatu tabel harga – harga numerik, kita dapat melakukan langkah – langkah sebagai berikut. Kita dapat membagi batang menjadi segmen – segmen kecil &, menentukan tegangan dan regangan rata – rata untuk setiap segmen, dan selanjutnya menghitung perpanjangan seluruh batang dengan menjumlahkan perpanjangan masing – masing segmen. Proses ini ekuivalen dengan mengevaluasi integral dalam Persamaan (2-65) secara numerik.



**Gambar 7.7** Perubahan panjang suatu batang meruncing yang terdiri atas bahan yang mempunyai kurva tegangan-regangan nonlinier

Jika regangan di seluruh panjang batang seragam, sebagaimana yang terjadi pada batang prismatis dengan gaya aksial konstan, integrasi Persamaan (2-65) menghasilkan perubahan panjang

$$\delta = \epsilon L \quad (2-66)$$

yang sesuai dengan Persamaan 1-2 dalam Subbab 1.2.

### B. Hukum Tegangan – Regangan Ramberg – Osgood

Kurva tegangan-regangan untuk beberapa metal, termasuk aluminium dan magnesium, dapat secara akurat dinyatakan dengan **persamaan Ramberg – Osgood** :

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (2-67)$$

Dalam persamaan ini  $\sigma$  dan  $\epsilon$  masing-masing adalah tegangan dan regangan, dan  $\epsilon_0$ ,  $\sigma_0$ ,  $\alpha$ , dan  $m$  adalah konstanta bahan (yang diperoleh dari uji tarik). Bentuk alternatif dari persamaan ini adalah

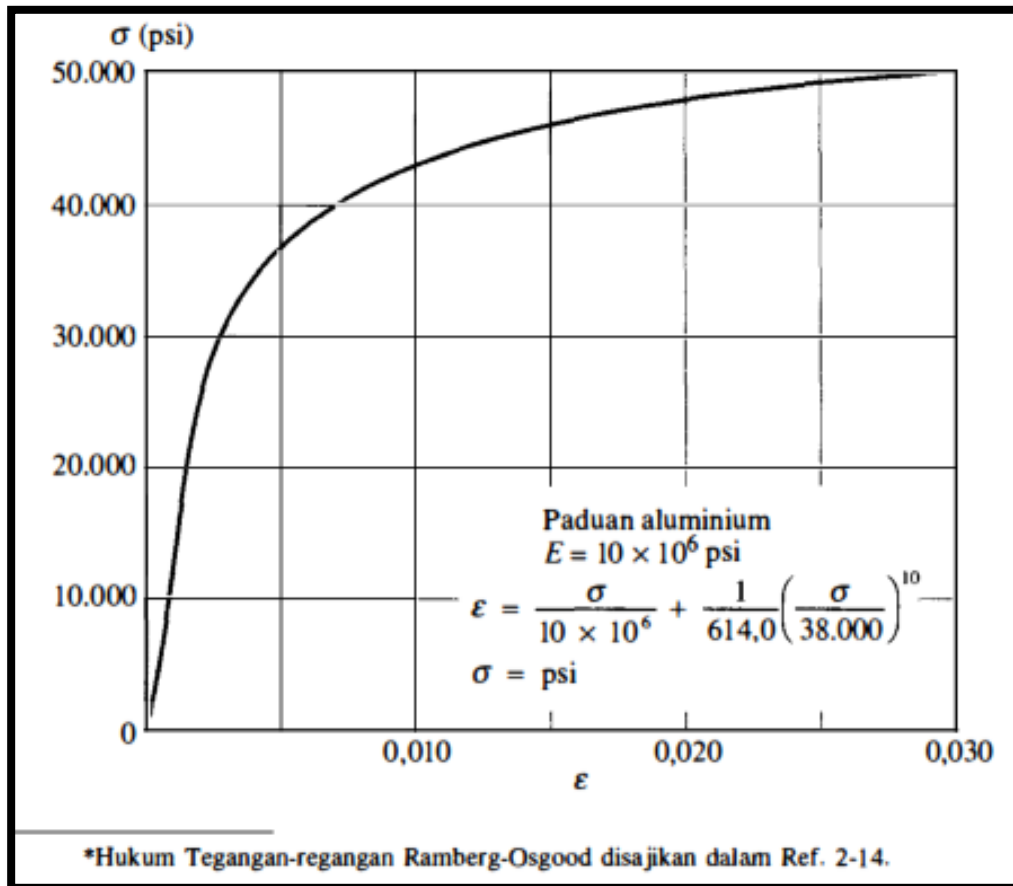
$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma_0 \alpha}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (2-68)$$

di mana  $E = \sigma_0/\epsilon_0$  adalah modulus elastisitas bagian awal dari kurva tegangan – regangan . Grafik untuk Persamaan (2-68) diberikan dalam Gambar 7.9 untuk paduan aluminium dengan konstanta-konstanta  $E = 10 \times 10^6 \text{ psi}$ ,  $\sigma_0 = 38.000 \text{ psi}$ ,  $\alpha = 317$ , dan  $m = 10$ . Persamaan untuk kurva tegangan – regangan ini adalah

$$\epsilon = \frac{\sigma}{10 \times 10^6} + \frac{1}{614,0} \left( \frac{\sigma}{38.000} \right)^{10} \quad (2-69)$$

di mana  $\sigma$  mempunyai satuan psi. Perhitungan perubahan panjang batang dengan menggunakan Persamaan (2-69) untuk hubungan tegangan – regangan digambarkan dalam Contoh 2-19.





**Gambar 7.9** Kurva tegangan-regangan untuk paduan aluminium menggunakan persamaan Ramberg Osgood.

### C. Struktur Statis Tak Tentu

Jika suatu struktur adalah statis tak tentu dan bahan berperilaku nonlinier, maka tegangan, regangan, dan peralihan dapat dicari dengan cara memecahkan persamaan-persamaan umum yang telah diuraikan dalam Subbab 2.4 untuk struktur elastis linier. yaitu persamaan keseimbangan, persamaan keserasian, dan hubungan gaya-peralihan (atau hubungan tegangan-regangan ekuivalen). Perbedaan utama adalah bahwa hubungan gaya-peralihan sekarang adalah nonlinier, yang berarti bahwa solusi analitis tidak dapat diperoleh kecuali pada beberapa situasi yang sangat sederhana. Pada umumnya, persamaan-persamaan harus dipecahkan secara numerik, baik dengan menggunakan program komputer.

atau dengan melakukan perhitungan manual yang sangat rumit (sebagaimana digambarkan dalam Contoh 2-20).

### Contoh 2-19

Sebuah batang prismatis AB yang panjangnya  $L = 86$  in dan mempunyai luas penampang  $A = 0,75$  in<sup>2</sup> memikul dua beban terpusat  $P_1 = 24$  k dan  $P_2 = 6$ k, seperti terlihat dalam Gambar 2-66. Bahan batang ini adalah paduan aluminium yang mempunyai kurva tegangan-regangan nonlinier yang mengikuti persamaan Ramberg-Osgood (Persamaan 2-69):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{10 \times 10^6} + \frac{1}{614,0} \left( \frac{\sigma}{38.000} \right)^{10}$$

di mana  $\sigma$  mempunyai satuan psi. (Hubungan tegangan-regangan ditunjukkan secara grafis dalam Gambar 7.9.)

Tentukanlah peralihan  $\delta_B$  ujung bawah batang akibat kondisi sebagai berikut: (a) beban  $P_1$  bekerja sendiri, (b)  $P_2$  bekerja sendiri, dan (c)  $P_1$  dan  $P_2$  bekerja bersama-sama.

### Solusi

a) Peralihan akibat beban  $P_1$  yang bekerja sendiri. Beban  $P_1$  menimbulkan tegangan tarik terbagi rata di seluruh panjang batang sama dengan  $P_1/A$  atau 32.000 psi. Dengan memasukkan harga ini ke hubungan tegangan-regangan maka  $\varepsilon = 0,003492$ . Dengan demikian, perpanjangan batang sama dengan peralihan di B adalah (lihat Persamaan 2-66):

$$\delta_B = \varepsilon L = (0,003492)(86 \text{ in.}) = 0,300 \text{ in}$$

b) Peralihan akibat beban  $P_1$  yang bekerja sendiri. Tegangan di setengah bagian atas batang adalah  $P_1/A$  atau 8.000 psi, dan tidak ada tegangan di setengah bawahnya. Dengan melakukan perhitungan seperti bagian (a), maka kita dapatkan perpanjangan sebagai berikut:

$$\delta_B = \varepsilon L = (0,000800)(43 \text{ in.}) = 0,034 \text{ in.}$$

c) Peralihan akibat beban  $P_1$  dan  $P_2$ , yang bekerja bersama-sama. Tegangan di setengah bawah batang adalah  $P_1/A$  dan di setengah bawah adalah  $(P_1 + P_2)/A$ . Tegangannya adalah 32.000 psi dan 40.000 psi, dan regangannya adalah 0,003492 dan 0,006720 (dari persamaan Ramberg-Osgood). Dengan demikian, perpanjangan batang adalah

$$\begin{aligned}\delta_B &= (0,003492)(43 \text{ in.}) + (0,006720)(43 \text{ in.}) \\ &= 0,15 \text{ in.} + 0,289 \text{ in.} = 0,439 \text{ in.}\end{aligned}$$

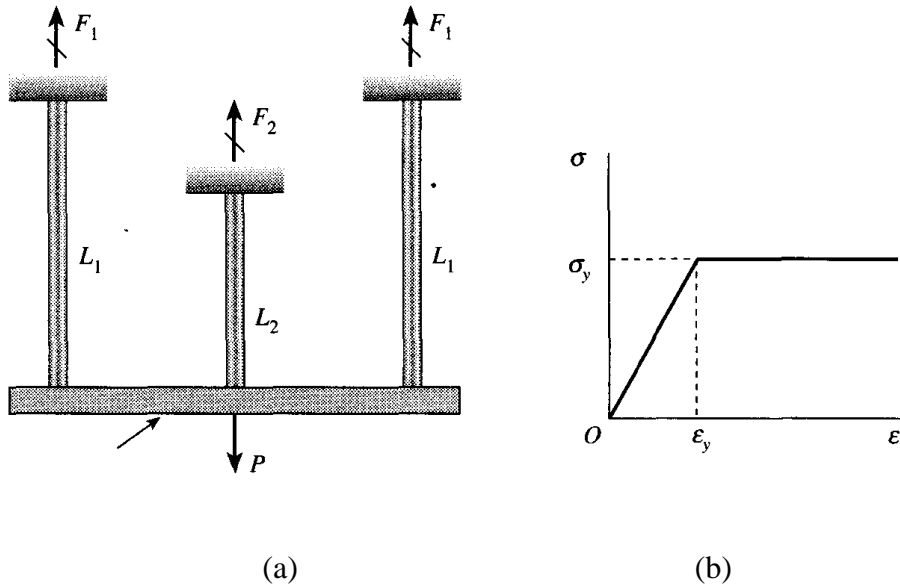
Ketiga harga  $\delta_B$  yang dihitung menggambarkan prinsip penting mengenai struktur yang terbuat dari bahan yang berperilaku tidak linier. Pada struktur nonlinier, peralihan yang dihasilkan oleh dua (atau lebih) beban yang bekerja secara simultan tidak sama dengan jumlah dari peralihan yang dihasilkan oleh masing-masing beban yang bekerja secara terpisah.

### 7.3 ANALISIS ELASTOPLASTIS

Di dalam subbab sebelum ini kita telah membahas perilaku struktur apabila tegangan di bahan melebihi limit proporsional. Sekarang kita akan meninjau bahan yang sangat penting dalam desain teknik yaitu baja, yang merupakan metal struktural yang paling banyak digunakan. Baja lunak (atau baja struktural) dapat dimodelkan sebagai bahan elastoplastis. Suatu bahan elastoplastis pada awalnya berperilaku secara elastis linier dengan modulus elastisitas  $E$ . Sesudah luluh plastis mulai, regangan akan meningkat pada taraf tegangan yang kurang lebih konstan, yang disebut tegangan luluh  $\sigma_y$ . Regangan pada saat dimulainya luluh dikenal dengan regangan luluh  $\epsilon_y$ .

Di dalam subbab ini kita akan membahas analisis struktur statis tak tentu dengan bahan elastoplastis. Untuk menggambarkan perilaku struktur seperti ini, kita akan menggunakan susunan sederhana seperti terlihat dalam Gambar 2-69a. Struktur ini terdiri atas tiga batang baja yang memikul beban  $P$  yang bekerja melalui plat kaku. Kedua batang tepi mempunyai panjang  $L_1$  dan batang tengah mempunyai panjang  $L_2$ , serta ketiga batang mempunyai luas penampang yang sama  $A$ . Diagram tegangan-

regangan untuk baja diidealisasikan seperti terlihat dalam Gambar 2-69b, dan modulus elastisitas di daerah elastis linier adalah  $E = \sigma_y / \epsilon_y$ .



**Gambar 7.10** Analisis elasto-Plastis suatu struktur statis tak tentu

Seperti yang biasa dilakukan pada struktur statis tak tentu, kita akan memulai analisis dengan persamaan keseimbangan dan keserasian. Dari keseimbangan plat kaku di dalam arah vertikal kita peroleh

$$2F_1 + F_2 = P \tag{a}$$

di mana  $F_1$  dan  $F_2$  adalah gaya-gaya aksial di batang-batang tepi. Karena plat bergerak ke bawah sebagai benda tegar, pada saat beban diterapkan, maka persamaan keserasiannya adalah

$$\delta_1 = \delta_2 \tag{b}$$

di mana  $\delta_1$  dan  $\delta_2$  masing-masing adalah perpanjangan batang tepi dan batang tengah. Karena hanya bergantung pada keseimbangan dan geometri, maka kedua persamaan di atas berlaku untuk semua taraf beban P, tidak peduli apakah regangan ada di daerah elastis linier atau di daerah plastis. Apabila beban P kecil, maka tegangan di batang lebih kecil daripada tegangan luluh  $\sigma_y$  dan bahan tersebut mengalami tegangan di dalam daerah elastis linier. Dengan demikian, hubungan gaya-peralihan antara gaya batang dan perpanjangannya adalah

$$\delta_1 = \frac{F_1 L_1}{EA} \quad \delta_2 = \frac{F_2 L_2}{EA} \quad (c)$$

Dengan memasukkan ini ke dalam persamaan keserasian (Persamaan b), maka

$$F_1 L_1 = F_2 L_2 \quad (d)$$

Dengan memecahkan secara simultan persamaan (a) dan (d), maka

$$F_1 = \frac{P L_1}{L_1 + 2L_2} \quad F_2 = \frac{P L_1}{L_1 + 2L_2} \quad (2-71a,b)$$

Jadi, kita sekarang mendapatkan gaya-gaya di batang pada daerah elastis linier.

Tegangannya adalah

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{P L_2}{A(L_1 + 2L_2)} \quad \sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \frac{P L_1}{A(L_1 + 2L_2)} \quad (2-72a,b)$$

Persamaan-persamaan di atas untuk gaya dan tegangan berlaku asalkan tegangan di ketiga batang masih di bawah tegangan luluh  $\sigma_y$ .

Dengan meningkatnya beban P, tegangan di batang meningkat sampai tegangan luluh dicapai di salah satu batang. Sekarang asumsikan bahwa batang-batang tepi lebih daripada batang tengah, seperti terlihat dalam Gambar 7.10a:

$$L_1 > L_2 \quad (e)$$

Dengan demikian, batang tengah mengalami tegangan yang lebih tinggi dibandingkan batang tepi (lihat Persamaan 2-72a dan b) dan akan mencapai tegangan luluh terlebih dahulu. Apabila hal ini terjadi, maka gaya di batang tengah adalah  $F_2 =$

$\sigma_y A$ . Besarnya beban  $P$  pada saat tegangan luluh pertama kali dicapai di salah satu batang disebut **beban luluh**  $P_y$ . Kita dapat menentukan  $P_y$  dengan menetapkan  $F_2$  sama dengan  $\sigma_y A$  di Persamaan (2-7 1 b) dan menghitung beban:

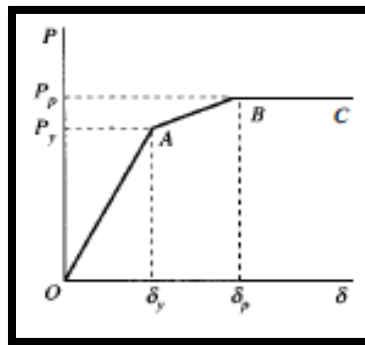
$$P_y = \sigma_1 A \left(1 + \frac{2L_2}{L_1}\right) \quad (2-73)$$

Selama beban  $P$  lebih kecil daripada  $P_y$ , struktur berperilaku secara elastis linier dan gaya-gaya di batang dapat dihitung dari Persamaan (2-7 1 a dan b).

Peralihan ke bawah pada batang kaku akibat beban luluh, yang disebut **peralihan luluh**  $\delta_y$ , sama dengan perpanjangan batang tengah pada saat tegangan mencapai tegangan luluh  $\sigma_y$  pertama kali:

$$\delta_y = \frac{F_2 L_2}{EA} = \frac{\sigma_2 L_2}{E} = \frac{\sigma_y L_2}{E} \quad (2-74)$$

Hubungan antara beban  $P$  dan peralihan ke bawah  $\delta$  batang kaku ditunjukkan dalam diagram beban-peralihan dalam Gambar 7.11. Perilaku struktur sampai beban luluh  $P_y$  ditunjukkan dengan garis OA.



**Gambar 7.11** Diagram bebanperalihan untuk struktur statis tak tentu yang ditunjukkan dalam gambar 7.10a

Dengan bertambahnya beban, maka gaya  $F_1$  di batang tepi luar bertambah, tetapi gaya  $F_2$  di batang tengah tetap konstan sebesar  $\sigma_y A$  karena batang ini sekarang plastis sempurna (lihat Gambar 7.10b). Apabila gaya  $F_1$  mencapai harga  $\sigma_y A$ , maka batang tepi juga luluh sehingga struktur tidak dapat memikul beban tambahan apapun. Ketiga batang akan memanjang secara plastis pada taraf beban konstan, yang disebut **beban plastis**  $P_p$ . Beban plastis yang ditunjukkan dengan titik B pada

diagram beban-peralihan (Gambar 7.11), dan garis horizontal BC menunjukkan daerah deformasi plastis kontinu tanpa adanya penambahan beban.

Beban plastis  $P_p$  dapat dihitung dari keseimbangan statis (Persamaan a) dengan diketahuinya

$$F_1 = \sigma_y A \quad F_2 = \sigma_y A \quad (f)$$

Jadi, dari keseimbangan kita dapatkan

$$P_p = 3 \sigma_y A \quad (2-75)$$

**Peralihan plastis**  $\delta_p$  tepat pada saat beban mencapai beban plastis  $P_p$  sama dengan perpanjangan batang tepi pada saat mencapai tegangan luluh. Dengan demikian,

$$\delta_y = \frac{F_1 L_1}{EA} = \frac{\sigma_1 L_1}{E} = \frac{\sigma_y L_1}{E} \quad (2-76)$$

Dengan membandingkan  $\delta_p$  dan  $\delta_y$ , kita lihat bahwa rasio peralihan plastis terhadap peralihan luluh adalah

$$\frac{\delta_p}{\delta_y} = \frac{L_1}{L_2} \quad (2-77)$$

Juga, rasio beban plastis terhadap beban luluh adalah

$$\frac{P_p}{P_y} = \frac{3L_1}{L_1 + 2L_2} \quad (2-78)$$

Sebagai contoh, jika  $L_1 = 1,5L_2$ , maka rasionya adalah  $\delta_p / \delta_y = 1,5$  dan  $P_p / P_y = 9/7 = 1,29$ . Pada umumnya, rasio peralihan lebih besar daripada rasio bebannya, sehingga daerah yang plastis sebagian AB pada dengan bebanperalihan (Gambar 7.11) selalu mempunyai kemiringan yang lebih kecil dibandingkan dengan di daerah elastis OA. Tentu saja, daerah plastis penuh BC mempunyai kemiringan terkecil (nol).

Untuk memahami mengapa grafik beban-peralihan adalah linier di daerah plastis parsial (garis AB) dan mempunyai kemiringan lebih kecil daripada di daerah elastis linier, tinjaulah hal berikut. Di daerah plastis parsial dari struktur, batang tepi

masih berperilaku elastis linier. Dengan demikian, perpanjangannya merupakan fungsi linier dari beban. Karena perpanjangannya sama dengan peralihan ke bawah plat kaku, maka peralihan plat kaku juga harus merupakan fungsi linier dari beban. Akibatnya, kita mempunyai garis lurus antara titik A dan B. Namun, kemiringan dari diagram beban-peralihan di daerah ini lebih kecil daripada di daerah linier awal karena batang tengah mengalami luluh secara plastis dan hanya batang tepi yang dapat memberikan tahanan tambahan terhadap peningkatan beban. Ini berarti kekakuan struktur telah berkurang.

Dari pembahasan yang berkaitan dengan Persamaan (2-75), kita lihat bahwa perhitungan beban plastis  $P_P$  membutuhkan hanya statika, karena semua elemen struktur telah luluh dan gaya aksialnya diketahui. Sebaliknya, perhitungan beban luluh  $P_Y$  membutuhkan analisis statis tak tentu, yang berarti persamaan keseimbangan, keserasian, dan gaya-peralihan harus dipecahkan.

Sesudah beban plastis  $P_P$  tercapai, struktur akan terus berdeformasi seperti terlihat dengan garis BC pada diagram beban-peralihan dalam Gambar 7.11. Pada akhirnya strain hardening terjadi dan struktur akan mampu memikul beban tambahan. Tetapi, adanya peralihan yang sangat besar biasanya berarti struktur sudah tidak lagi berguna, dan begitu pula beban plastis  $P_P$  dipandang sebagai beban gagal.

Diskusi di atas berkaitan dengan perilaku struktur apabila beban diterapkan untuk pertama kali. Jika beban dihilangkan sebelum beban luluh dicapai, maka struktur akan berperilaku secara elastis dan kembali ke kondisi semula. Namun, jika beban luluh telah dilampaui, sebagian dari struktur akan mempertahankan set yang permanen apabila beban dihilangkan, jadi menimbulkan kondisi tegangan awal. Akibatnya, struktur tersebut akan mempunyai tegangan residual (sisa) meskipun belum ada beban yang bekerja. Jika beban diterapkan sekali lagi, maka struktur akan berperilaku secara berbeda.



## DAFTAR PUSTAKA

James M. Gere & Stephen P. Timoshenko. 2000. Mekanika Bahan Jilid I Edisi ke-Empat. Erlangga.

Stephen P. Timoshenko. 1983. History Of Strength Of Materials. General Publishing Company, Ltd. Toronto, Ontario.

R C Hibbler. Mekanika Teknik Edisi Bahasa Indonesia Jilid 2. Prenhalindo. Jakarta.